



TITLE:

自動等化器の収斂加速に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

榊, 博史

CITATION:

榊, 博史. 自動等化器の収斂加速に関する研究. 京都大学, 1979, 工学博士

ISSUE DATE:

1979-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r3849>

RIGHT:

自動等化器の収斂加速に関する研究

榊 博史

昭和53年11月

自動等化器の収斂加速に関する研究

榊 博 史

内 容 梗 概

本論文は、送信器においてPN（擬似雑音）系列や孤立インパルス送出中において、受信器に付随して伝送路の伝達関数の逆特性を与える自動等化器の収斂を加速する二・三の手法について述べる。

上記信号送出時の状況のみを解析する理由は、等化器収斂の速さが問題となるのは等化器初期設定期間（トレーニング期間ともいう）のみであり、この間は何らかの送受信端であらかじめきめられた信号を送信側で発生する必要があり、その信号としては周波数振幅特性の平坦性のため上記信号が最適であるからである。

自動等化器収斂動作に際して用いられ一般に α とよばれるタップ重み調整係数は、本来送信器における上記信号送出時の自動等化器入力の各周波数における電力密度の逆数に選ばねばならないものであり、各周波数毎に異なるものである。従って従来形自動等化器におけるように全周波数に対してただ1つの値を用いることは不適當であり、これが従来形の自動等化器の収斂を遅くする原因となっていた。

本論文の主要部は、自動等化器の取り扱い帯域を分割して、各帯域毎に最適な α を用いて等化する方法に関して述べている。この場合通常1回のタップ重み調整で収斂に至ることがシミュレーションにより確かめられている。又、それに加えて前記方法とは別の、複数回のタップ重み調整を単位とし、その複数回調整後の等化器出力誤差が最小となるように上記複数回を構成する各回のタップ重み調整係数を組織的に与えることを基本とする方法を示した。

目 次

第 1 章	序論	1
1.1	自動等化器研究の歴史	3
1.2	自動等化器収斂高速化に関する研究課題	7
1.3	本研究の意義と位置付け	7
1.4	本研究の主要部の定性的な説明	8
第 2 章	通常形の自動等化器	12
2.1	序言	12
2.2	自動等化器の機能	12
2.3	ミーンスクエア形等化器の動作	14
2.4	結言	20
第 3 章	複素数形係数行列付等化器	22
3.1	序言	22
3.2	実数形係数行列付 P 形等化器	22
3.3	通常の複素数形等化器	27
3.4	複素数 P 形等化器	33
3.5	複素数 G 形等化器	37
3.6	複素数の演算法および実数形等化器への縮退	43
3.7	結言	44
第 4 章	帯域分割形等化器	45
4.1	序言	45
4.2	実数帯域分割形等化器の基本構成	45
4.3	タイムサンプリング系列の帯域分割関数	47
4.4	フリケンシサンプリング系列の帯域分割関数	53
4.5	収斂に関する考察	54

DOC

1978

19

電気系

4.6	パラメータの自動計算	58
4.7	帯域分割形等化器の複素数形への拡張	60
4.8	シミュレーション結果	64
4.9	結言	69
第5章	係数行列の演算手数軽減	71
5.1	序言	71
5.2	FFTを用いた帯域分割行列の演算手数軽減	71
5.3	行列の対称性を用いた一般の係数行列の演算手数軽減	78
5.4	結言	83
第6章	タップ重み調整係数変更形等化器	84
6.1	序言	84
6.2	A に関するべき乗展開	84
6.3	$E_k + M$ の性質	87
6.4	ハードウェア構成および動作	90
6.5	A 行列の固有値の最大、最小値の推定およびその等化器動作への応用	93
6.6	シミュレーション結果	96
6.7	結言	99
第7章	結論	101
謝辞		103
文献		105

第 1 章 序 論

近年ディジタル通信の発展は著しいものがあり、これはPCM通信やデータ通信を基盤としてディジタル統合通信網や計算機網へとその適用分野を拡大しつつある。これらの信号の伝送のためには通信路信号と情報信号の変換が必要であり、このため変復調装置（モデム）が用いられている。自動等化器はこのモデムの中にあって伝送路で生じた線形歪を打ち消すために働くもので高速度高品質の伝送に欠くことのできないものである。このため、これに関する研究特にその高速収斂に関する研究が広く行われている。

さらに詳しく述べれば、現在の国際間のデータ伝送のほとんどは電話回線を利用し、モデムを介し行われているが、電話回線の特性の1つである音声帯域の周波数特性は、減衰歪と遅延歪をもっている。これらの歪は音声にはほとんど影響しないが、ディジタル伝送では、一つ一つの符号情報がパルス状波形として伝送されているので、特性歪は、直接、波形歪となって現れ、連続する符号が時間的に重なる符号間干渉の要因となっている。即ち自己の信号サンプル値に対し、隣接する信号波形の歪が入り込み、伝送信号品質を著しく劣化させている。このため、4,800 bits/s や 9,600 bits/s を伝送する音声帯域用高速モデムには、符号間干渉を自動的に検出して補償する。いわゆる自動等化器が内蔵されており、変復調器と一体となって動作している。

このような、自動等化器を内蔵したモデムにおいては、実際のデータを伝送する前に主にPN（擬似雑音）系列を送信側より送出し変復調機能（情報の復調に必要なタイミングやキャリアの再生等）および等化器機能の動作確立を行っている。この期間をモデム初期設定期間もしくはトレーニング期間とよぶ。この期間は等化器にとっても初期設定期間である。一例として、9,600 bits/s 用モデムでは動作確立のため、253ms（608シンボル数）の時間を設け、このうち自動等化器設定には160ms（384シンボル数）費やしている。これらの数値の決定は、変復調方式・等化方式および伝送路特性によりきまるものであるが、可能な限り短時間で動作確立することが望ましいことはいうまでもない。特にマルチポイントシステムの回線構成では、この時間損失は

伝送効率に著しく影響する。

自動等化器の高速収斂動作はこのように自動等化器初期設定期間に必要な特性であり、初期設定期間が終わってデータ信号を伝送しはじめると自動等化器は伝送路のゆるやかな変動に対応して働けばよいので高速収斂動作をする必要がない。以上の理由から本論文においては高速収斂の必要な自動等化器初期設定期間中のPN(擬似雑音)系列、又はこれと同等の信号である孤立インパルスを送信側より送出している場合における自動等化器の収斂動作について解析がなされており、又高速収斂をもたらす自動等化器の2・3の形式の提案がなされている。

本章においては本論文の構成を先ず述べ、次に自動等化器の動作理論に関する今迄の研究のあらましを述べ、それらの研究課題を整理し本研究の意義を述べ位置付けを行う。

本論文の構成は以下のとおりである。

第1章は本論文全体にわたる序論であって自動等化器の歴史、およびこれの収斂高速化の歴史のあらましを述べ、それらの研究課題を整理し、本研究の意義および位置付ける明らかにしている。

第2章では本論文への導入と新形等化器の性能の明確化のため通常形の自動等化器の機能、動作について述べる。

第3章では自動等化器の収斂高速化のため複素数係数行列の導入に関して述べるもので、ここでは基本となる実数係数行列付等化器、通常の複素数形等化器の形式的表現法に関して述べた後、複素数形等化器にも係数行列を導入できることを示し、その1つの形式すなわち信号径路に係数行列をもつ方式より他の1つの形式すなわち誤差信号径路に係数行列をもつ方式が導かれることなどを示す。

第4章では帯域分割形等化器、すなわち取扱い周波数帯域を分割し、各部分帯域につき独立に最適な調整を行う形式の等化器が速い収斂を示すことを明らかにする。これに関してタイムサンプリング、フリケンシサンプリングの2系統の帯域分割用係数行列が導入できること、この形式の等化器の収斂が速い理由、タップ重み調整係数計算法に関して述べる。

第5章は係数行列付等化器における係数行列の演算手数軽減について述べるもので、帯域分割形自動等化器における帯域分割用係数行列の演算手数がFFT（高速フーリエ変換）を用いると軽減できること、一般の係数行列のそれが行列の対称性を利用すると2分の1に減らせることを示す。

第6章ではタップ重み調整係数変更形等化器について示す。すなわち誤差電力を伝送路の自己相関行列 A の級数として表現することにより、級数の係数を最適に選ぶことができその結果ある定められた回数の信号が入力後の誤差電力を最小にすることが可能であることを示す。又この方法を用いることにより等化器の動作パラメータとして必要な A の固有値の最大値、最小値が容易に求まることを示している。

第7章は本論文全体にわたる結論であり、結果を要約し、今後の問題についてもふれる。

1.1 自動等化器研究の歴史

本章初めに述べたように自動等化器の高速収斂性はその初期設定期間のみ必要な特性であり、初期設定期間が終わりデータが送られはじめると伝送路特性のゆるやかな変動に追随すればよいので高速収斂性は要求されない。初期設定期間における送出信号がPN（擬似雑音）系列であることから、このような系列もしくはこれと同等な孤立インパルス送出時における等化器の高速収斂性が特に問題となることになる。事実この節でふれる自動等化器の高速収斂に関する主要な研究の全部がこの場合についての解析結果である。本研究ももちろんこの場合の解析を行い、新しい高速収斂形自動等化器の提案を行うものである。以下自動等化器に関する研究の歴史をふり返ることにする。

R. W. Luckyによれば自動等化技術の発端は原始的な発想にまでさかのぼれば50年前に至るといわれている。1928年頃H. Nyquistによってパルス伝送の基礎が与えられたが、その頃歪を受けたパルス波形の尾を消去してパルスの時間的広がりを補償しようとする思想が既に生れていたといわれている。⁽²⁾しかし自動等化器についてその動作を数学的に解明しようとする

る試みがなされるのは電話回線網を用いてデータを伝送しようとする機運が高まった 1963～4 年以後である。二・三の先駆的な検討の後 Lucky は 1965 年に“ピーク歪”を誤差評価関数とするゼロフォーシング形等化器の収斂可能性を証明した。次いで 1966 年にこの方式を用いた等化器の構成法を示した。^{(1)～(5)} 1969 年 Gersho は“2 乗歪”を誤差評価関数とするミンスケア形等化器について検討しこれの収斂可能性ばかりでなく、その収斂速度を回線の伝達関数の自己相関関数行列比の固有値との関連において求めた。⁽⁶⁾ Gersho は又ゼロフォーシング形等化器の収斂速度をも求めている。Chang は Gersho の理論をさらに発展させ上記自己相関関数行列の固有値と 2 乗歪形等化器収斂状況の関係をさらに精密に解析し、又係数行列付等化器の手法を提案した。これについては 3・2 節で述べる。⁽⁹⁾ ピーク歪を誤差評価関数とするゼロフォーシング形等化器と 2 乗歪を評価関数とするミンスケア形等化器の比較を少し行い。ピーク歪はアイの開きに直接関連し、又 2 乗歪は誤り発生確率に関連することが確かめられている。又ゼロフォーシング形等化器はそのピーク歪が 1 以上の場合は歪を最小とする点に収斂しないという本質的欠点をもつがミンスケア形等化器はそのようなことがない。⁽⁷⁾ 又 2 乗歪形等化器の収斂速度はその原形においてもゼロフォーシング形の原形より速く、又これに加えて次節で述べるようにその数学的立場がはっきりしているため種々の工夫が加えられ、ますます速いものになっている。^{(8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15)} しかしゼロフォーシング形もその構成法が簡単であるという利点のために例えば高周波用等化器等に利用分野を見出せられる。上のような理由によりゼロフォーシング形等化器は、その構成において原形以上に発展しなかったがミンスケア形等化器はその後大いなる発展を示した。以下その後をたどる。先ず係数行列をもたない通常の 2 乗歪形等化器に関して、これまでに発表された種々の形式について、記述の簡略化の為時間を追ってではなく項目別に連立一次方程式の解を求める数学的手法との関連において述べることにする。

2 乗歪形自動等化器の動作は

$$Ax = b$$

(1-1)

の式において $N \times N$ 行列 A (N はある整数値)、 N 次元ベクトル b を与えた場合 N 次元ベクトル x を反復法により求める動作に置換できる。このような理由により 2 乗歪形等化器はその数学的な立場が非常にはっきりしている。等化器の場合は x は等化器タップ重みベクトル、 b は正しい出力時系列と入力時系列の相互相関関数ベクトル、 A は等化すべき伝送路のインパルス応答の自己相関行列である。数学的手段として式 (1-1) を反復法で解く方法は種々知られており、その主なものを収斂の良さの順に書けば SOR 法、リチャードソン法、SOR 法を縮退した形のザイデル法、外挿ヤコービ法およびこれを縮退した形のヤコービ法などである。⁽¹⁴⁾ 上記の置換のために等化器の分野において外挿ヤコービ法には Gershgorin の提案した通常の 2 乗歪形等化器の方法が、ザイデル法には橘らの方法が、SOR 法には Kosovych ほかの方法が、リチャードソン法には Schonfeld ほかの方法が対応して存在することになる。^{(6) (8) (13) (20)} Kosovych ほかの方法は等化器の各タップを順次最適に調整していくものであり、対応する数学的方法間の関係からみて Schonfeld ほかの方法に比べて比収が 2 倍程度速いが被等化伝送路に関するパラメータ特に上記固有値の最大値と最小値の比の値を別途求めなければならないこと、又パラメータを求める以外の主要演算部の演算手数が通常の等化器又は Schonfeld ほかの方法の 2 倍程度になるなどの問題点をもつ。Schonfeld ほかの方法はリチャードソン法を等化器に導入したもので、通常形等化器の等化アルゴリズムを保持しつつ定められた複数回のタップ重み調整後の最終回において最適収斂が得られるようにタップ重み調整係数を与えるものであるが、この方法も Kosovych ほかの方法が必要としたパラメータをあらかじめ知ることが必要である。このほか Schonfeld は前述の方法を改良して一定回数の最終回ではなく各回の反復の終わりにいつも、その回における最適収斂がなされている方法をも提案した。⁽¹⁰⁾

以上が係数行列をもたない通常の 2 乗歪等化器の発展のありさまであるが、ミーンスクエア形等化器の 1 つの重要な種類として係数行列をもつミーンスクエア形等化器がある。この形式の歴史について次に述べる。

Chang は 1971 年に前述した 2 乗歪形自動等化器の解析を行った論文において自動等化器に係数行列を導入することを提案した。⁽⁹⁾このようなことを行くと収斂性能が通常の等化器におけるように自己相関行列 A の固有値にではなく、等化器に用いる係数行列を P とする場合 PAP^T の固有値に支配されるようになる。詳細については 3.2 節にて述べる。

$$PAP^T = I \quad (I \text{ は単位行列}) \quad (1-2)$$

に選ぶと等化器は 1 回のタップ重み調整の後収斂に至る。⁽⁹⁾ 本論文において T は行列の転置をあらわす。この方法は P をきめるため、あらかじめ伝送路の伝達関数を知らなければならないという欠点があるが近似的に伝送路の伝達関数がわかっている場合は相当な効果があると思われる。又その後 1972 年に吉田、野中は係数行列が信号径路上にある Chang の方式と異なる、係数行列が誤差信号路に入る方式を提案した。⁽¹²⁾ 一般的に言って吉田らの方法がより構成容易であると思われる。この方法においても、勿論使用回線の特性をあらかじめ知らなければ速い収斂は望めない。

以上が係数行列付 2 乗歪形等化器の歴史である。次に最近における複素数等化器の発展について述べる。

最近まで自動等化器の開発は AM (VSB 等広義の AM をも含む) 変調すなわちいわゆる 1 次元変調のもののみしか行われなかった。最近 QAM 変調等のいわゆる 2 次元変調の実用化が進み、この方面の自動等化器の研究も急速な勢いで進むようになった。⁽²¹⁾ この方式は 3.3 節で説明するように等化器の数式的な表現において信号、係数値とも複素数値をとるためその取り扱い数にちなみ本文を通じ複素数形等化器とよぶことにする。この分野もやはりゼロフォーシング形とミンスケア形の 2 種類が考えられるが後者に関していくつかの研究が行われている。前者と後者の間には、ほぼ実数形における対応関係がそのまま成立するものと思われる。複素数形 2 乗歪等化器に関してまず Gitlin が自動等化器が検波前のいわゆる通過帯域に入る方式を提案した。検波後のいわゆる基底帯域に等化器を置く方式に関しては同時にいくつかの研究がなされたがその中に新谷、榊、黒田の研究もある。⁽¹⁹⁾

1.2 自動等化器収斂高速化に関する研究課題

今迄述べてきたように自動等化器の収斂動作に関する研究は、より速い収斂がより安定に、より少ない手数で行う方向に進んできた。これら自動等化器の研究において重要であると思われる項目を以下列挙する。

- 1) 伝送路特性に関する予備知識なしに、又演算手数をあまり増さずにある定められた複数回の等化器タップ重み調整後の等化器誤差を最小にすること。
- 2) 係数行列付等化器において、伝送路特性に関する予備知識なしに最適な係数行列を構成し等化器を急速に収斂させること。
- 3) 係数行列付等化器を複素数形に拡張すること。
- 4) 係数行列の演算手数を小さくする方法を見つけること。

1.3 本研究の意義と位置付け

本研究において行われた自動等化器収斂高速化に関する研究成果を 1.2 節で述べた研究課題と対比させて述べる。

- 1) 伝送路特性に関する予備知識なしに演算手数をあまり増さずにある定められた複数回のタップ重み調整の後の等化器誤差を最小にする等化器を開発した。^{24) 27)}

この際の副産物として前記伝送路のインパルス応答の自己相関行列の固有値の最大値を求める方法を示した。この値は直ちに前記 Schonfeld ほかの方法に適用できるものである。⁽⁸⁾

- 2) 帯域分割形自動等化器を提案し、回線に対する予備知識なしに最適な係数行列を構成し急速な収斂が得られることを示した。^{23) 28)}
- 3) 係数行列付等化器の複素数形への拡張を行った。²⁵⁾
- 4) 係数行列の演算手数軽減を複素数帯域分割形等化器および実数の一般形の係数行列付等化器に対して行った。^{25) 28)}

以上示したように本研究は速い収斂をなるべく少ない演算手数の増加で行える等化器に関して述べるものである。

なお本論文は自動等化器を取り扱い他種の等化器を取り扱うことはない
ので、本論文を通じ適宜自動等化器を等化器と略することにする。

1.4 本研究の主要部の定性的な説明

本研究についての定性的な説明を以下ところみる。²⁹⁾一般に α とよばれ例
えば後の式(2-14)に α_k としてあらわれる等化器のタップ調整係数は等化
器入力電力の逆数にとるとよいということが言われている。なお今後本文
では、この調整係数を単に α とよぶこともある。特に伝送路（正確には2.
2節に述べるように等価基底帯域伝送路）の電力スペクトル密度が図（1
-1）に示すように平坦である場合はそのように、すなわち α の逆数を伝

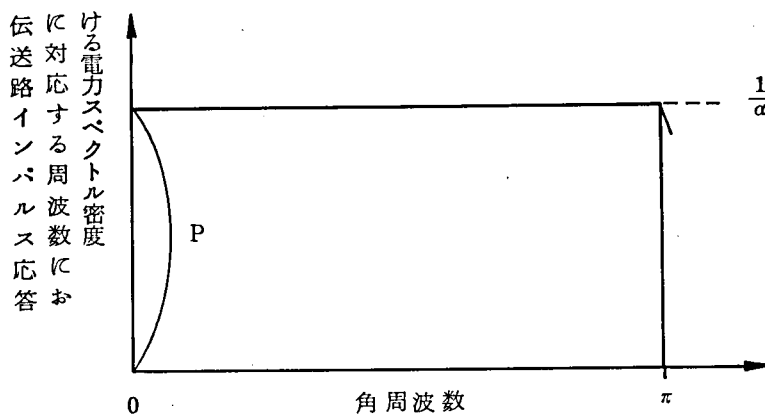


図 1-1 1回の調整で収斂する場合の周波数電力密度特性

送路インパルス応答に対応する周波数関数における電力スペクトル密度
(この場合はP)に選ぶことにより1回の調整動作により等化器は収斂に導
かれる。なお、電力スペクトル密度の周波数特性が平坦である場合は電力
スペクトル密度の平均が総入力電力と数値において等しい。図（1-1）
は等化器の取り扱い周波数範囲を1秒のタップ間隔に対応する $-\pi \sim \pi$
(ラジアン/秒)であるとし、その正周波数側のみを示したものである。と
ころが図（1-2）におけるように伝送路の電力スペクトル密度の周波数
特性に変動があると $\frac{1}{\alpha}$ を電力スペクトル密度の平均又はGershoが最適で

あると証明した $\frac{\lambda_{\max} + \lambda_{\min}}{2}$ に選んでも、収斂に至るまで相当な調整回

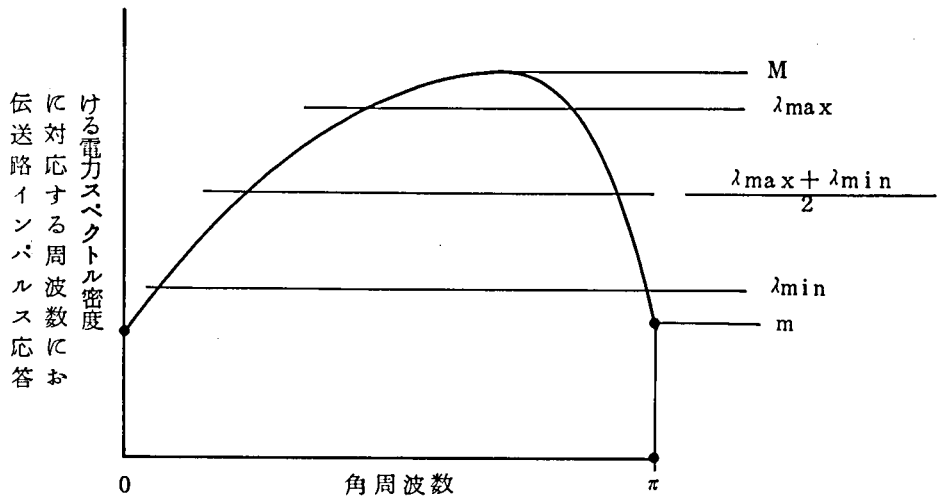


図 1-2 1回の調整で収斂しない場合の周波数電力密度特性

数を要する⁽⁶⁾。但し、 λ_{\max} および λ_{\min} は各々後に式 (2-17) で与えられる伝送路のインパルス応答の自己相関行列 A (今後本論文ではこれを単に A とのみ記すこともある) の固有値の最大値および最小値であり、 λ_{\max} は伝送路の電力密度の最大値 M より小さく、 λ_{\min} は同じく最小値 m より大きい。通常の等化器においては、このように α の逆数が λ_{\max} と λ_{\min} の平均に選ばれる。このように収斂の遅い原因は図 (1-2) に示すように α の逆数が多くの周波数の点においてその点の電力スペクトル密度と等しくない、すなわちその周波数における α として不適当である所にある。本論文は主にこれに対する 2 つの対策について述べる。

その 1 つは等化器の取り扱い帯域をいくつかの部分帯域に等分割し各々の帯域に最適な α を用いるのである。この場合その帯域における α の逆数はその帯域における平均電力スペクトル密度、すなわちその帯域に落ち込む総電力の分割数倍に選ばれる。図 (1-3) に 5 分割の場合の状態を示す。 $\frac{1}{\alpha^1} \cdots \frac{1}{\alpha^5}$ はそれぞれその帯域における α の値である。この方法は理

想に近い α の選び方であり、分割数の選び方によって1回の調整動作で収斂に至るように等化器を構成することができる。これが帯域分割形等化器である。

他の1つは第6章に示す手法であり、図(1-4)に示すように単一の

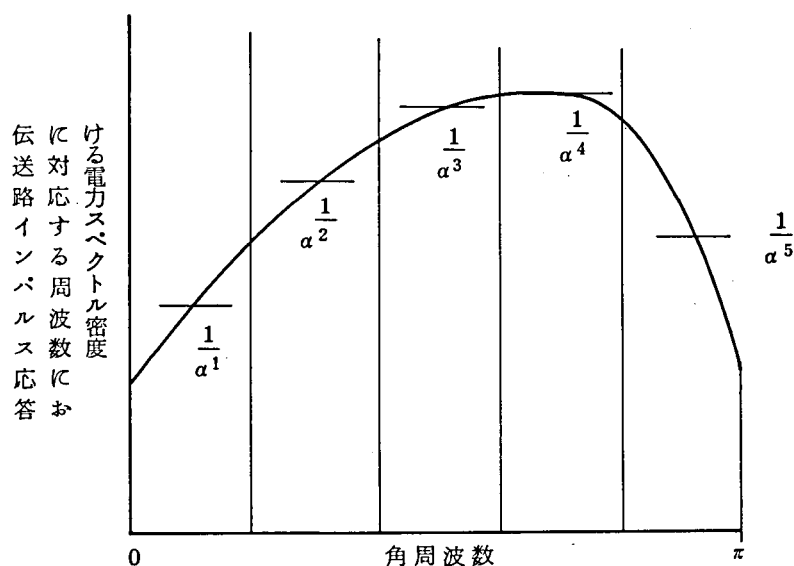


図 1-3 帯域を分割した場合の各帯域の最適 α を示す図

α の代わりに例えばその逆数が図(1-4)に示す値である $\alpha_1, \dots, \alpha_5$ を調整係数 α として用いて逐次調整動作を行う方法である。この方法により、各周波数により適した α で逐次調整動作を行うことができ、1つの α で多数回調整動作を行うより速い収斂を得ることができる。すなわち平均電力スペクトル密度に比べて小さい電力スペクトル密度を持つ部分の誤差は大きい α で調整動作を行う機会をもつことにより速く減少する。この際過大な α で調整を行う部分が発生し、その周波数部分における誤差は増大するかもしれないが、これは別の調整回において小さい α で調整動作を行うことにより速やかに減少することになる。

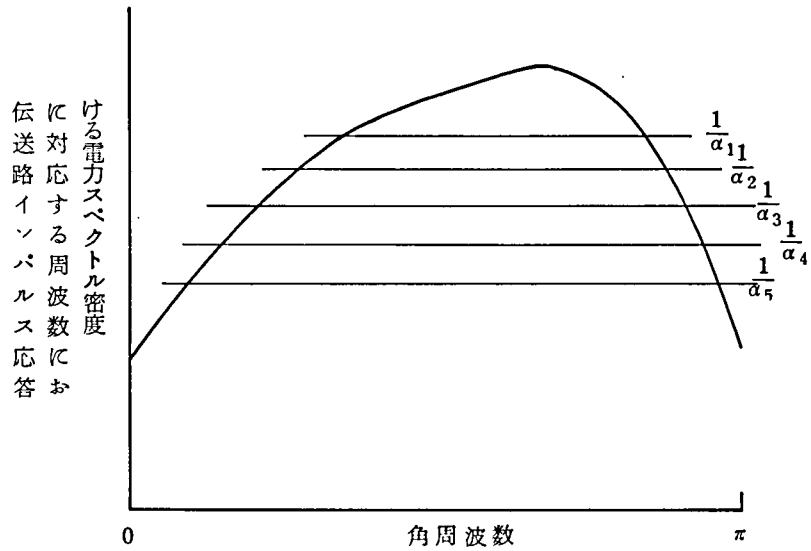


図 1-4 α を変動させて等化器を動作せる場合の α の値の図

なおこのように今後帯域毎の α が違う場合その区別をスーパーサブスクリプトで、タップ調整毎の α の違いの区別をサブスクリプトで行う。もちろん場合によってはスーパーサブスクリプト、サブスクリプト両方をもつ α も考えられる。

以上示したように本論文は 2 つの α 決定法を用い、速い収斂と少ない演算手数をもつ実用的な等化器を構成する方法を示すものである。

第2章 通常形の自動等化器

2.1 序言

ここでは本論文の基本となる通常形自動等化器の動作について述べる。自動等化器は用いる目的関数に応じてゼロフォーシング形自動等化器およびミーンスクエア形自動等化器に分けられるが、これらの動作を以後の本文の理解の助けになるよう述べる。特にミーンスクエア形自動等化器は本論文の基本となるものであるからその収斂動作について詳しく述べる。

2.2 自動等化器の機能

実際のデータ伝送システムは概略図（2-1）の構成をとる。情報シンボル入力点よりこの系のシンボル送出間隔 T 秒毎にきめられたいくつかの数値例えば $+1$ 、 -1 のうちのどれかが入力する。この値は次に基底帯域信号発生器に入り、ここで伝送路送出波形をたたみ込まれ伝送路送出波形にされ、つづく変調器によりAM変調又はVBS変調され、その出力が伝送路へ送り出される。⁽¹⁾以上が送信側の働きである。受信側では、伝送路出力より入力した信号が復調器の作用により基底帯域信号になおされ、その出力がシンボル送出間隔 T 秒の周期でサンプリングされたものが等化器に入力する。等化器入力点を後の説明の便宜の為に点Aとよぶことにする。等化器はこの入力から伝送路の影響を除いて情報シンボル入力点の値を再現する働きをする。なお基底帯域信号発生器は通常種々のロールオフパーセンテージをもつ2乗余弦の伝送路送出波形をたたみ込むがこれの影響は復調の段階で消える。⁽²⁾等化器出力が判定器に入り、決められた数値のうちの、どれかの判定が行われる。等化器が動作するためには、参照信号として正しい情報シンボル入力点信号が必要である。参照信号入力点を点Bとよぶことにする。又参照信号が入力情報シンボルと同じものであることを示すために点線で結んである。実際の自動等化器動作における参照信号取得法について述べると、自動等化器初期設定期間においては、あらかじめそれが判明しているので受信側で独自に発生することを行い、又、データ伝送

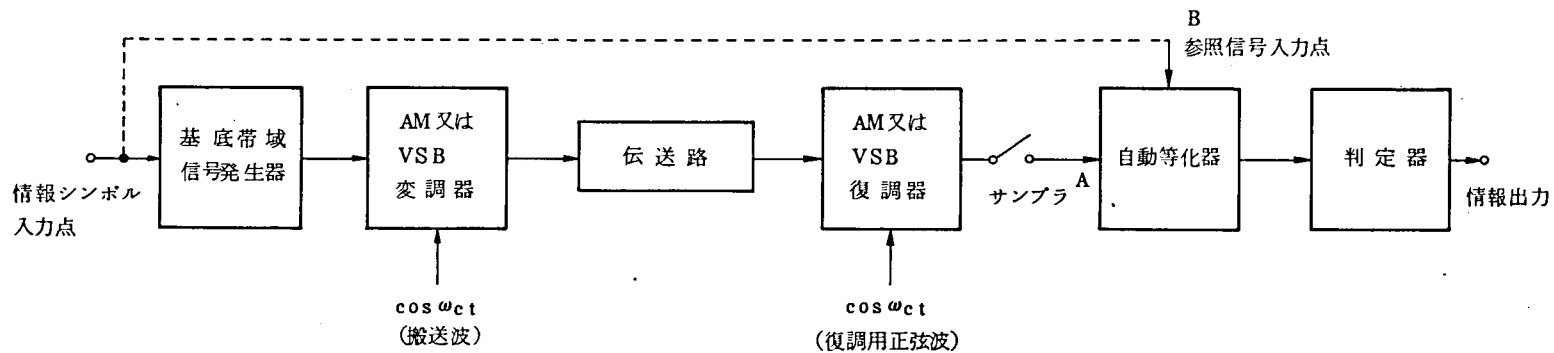


図 2-1 実際のデータ伝送システムの構成図

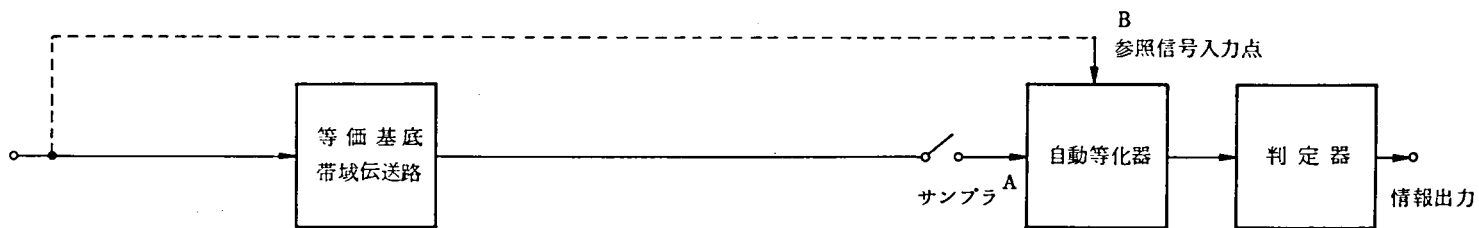


図 2-2 データ伝送システムに対する等価回路

中は判定器出力を参照信号として用いることを行う。

図(2-1)は図(2-2)の等価回路に書き直される。ここでは変調器伝送路、復調器の部分が等価基底帯域伝送路に置き替わっている。等価基底帯域伝送路は伝送路の周波数特性の正周波数側の搬送波周波数の位置が直流の位置に移動した形の伝達特性をもつものである。一般に等化器の動作を考える場合、この等価基底帯域伝送路を用いると便利である。

2.3 ミンスケア形等化器の動作

自動等化器に用いられている評価関数は2種類ある。その1つはピーク歪であり他の1つは2乗歪である。前者を用いるものはゼロフォーシング形等化器、後者を用いるものはミンスケア形等化器とよぶ。この評価関数について図(2-3)を用いて説明する。図(2-3)の等価伝送系において情報シンボル入力点より図示の如くある時刻において1の値を取り、

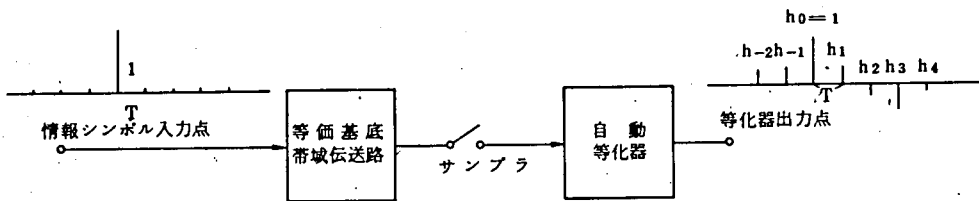


図 2-3 等化器出力歪に関する説明図

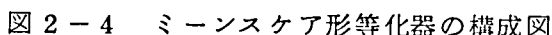
他の時刻においてはすべて0の孤立パルスが送出された場合等化器出力点には同じく図示のごとく…… $h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, \dots$ というT秒間隔のパルス系列が発生する。 h_0 の位置のパルスを必要なものとみなして他のものは不要パルスであるとした場合ピーク歪評価関数の値 F_P は

$$F_P = \sum_{\substack{i \neq 0 \\ i = -\infty}}^{\infty} |h_i| \quad (2-1)$$

又2乗歪評価関数の値 F_M は

$$F_M = \sum_{\substack{i \neq 0 \\ i = -\infty}}^{\infty} h_i^2 \quad (2-2)$$

さてミーンスケア形等化器の構成は図（２－４）のようになっている。これはタップ数 N のものである。後の説明に必要であるのでこの動作に関して今迄知られていたことを後述する式（２－５）を用いたコンパクトな新しい方法で以下記述する。図（２－４）に於いて点 A ・ B は図（２－１）～（２－２）にて同記号で示した点と同じ点を示す。今送信側情報入



— 15 —

等しい。前述したように等化器は等価基底帯域伝送路の伝達関数の逆関数を与えるように働く。このような場合、点B入力 d_i は d_0 が1で他が0であるとしても一般性を失わない。ミーンスクエア形等化器の誤差評価関数値 ε は本節の前半で述べたが

$$\varepsilon = \sum_{i=-\infty}^{\infty} [y_i - d_i]^2 \quad (2-3)$$

で与えられる。ここで以下の各式を導入する。⁽²⁴⁾⁽²⁷⁾ここで c_1, \dots, c_N はタップ重みである。

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x(L), x(L+1), \dots, x\{i\}, & x\{(i+1)\}, & \dots, \overbrace{0 \dots 0}^{N-1 \text{ 個}} \\ 0 & x(L), \dots, x\{i-1\}, & x\{(i+1)-1\} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underbrace{0 \dots 0}_{N-1 \text{ 個}} & x\{i-(N-1)\}, x\{(i+1)-1\}, & \dots, x\{L+D-1\} \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_L \\ d_{L+1} \\ \vdots \\ d_{L+D+N-2} \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_L \\ e_{L+1} \\ \vdots \\ e_{L+D+N-2} \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_L \\ y_{L+1} \\ \vdots \\ y_{L+D+N-2} \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

ここで $x(i)$ は x_i と同じものであり記述の都合上このようにあらわすことも行い。 x_i はその継続長が有限であると考えてよいので、

$$x_i = 0, \quad i < L, \quad i > L+D-1 \quad (2-9)$$

とした。但し、 L は x_i の始まる時刻、 D は x_i の継続長であり正の数、 \mathbf{c} は図(2-4)に示す等化器タップ重みのベクトル表現 $\mathbf{d}, \mathbf{e}, \mathbf{y}$ はそれぞれ

d_i, e_i, y_i のベクトル表現である。但し d_i は参照信号、 e_i は誤差信号、 y_i は等化器出力の時刻 i における値であり、各々図 (2-4) 中の点 B, C, D に発生する。式 (2-9) が成立するので、この等化器は $L \leq k \leq L+D+N-2$ の時間中収斂動作を行う。

このようにすると明らかに

$$y = X^T c \quad (2-10)$$

を得る。⁽²⁴⁾⁽²⁷⁾ 以後 T は行列の転置を示すことにする。 ϵ は式 (2-3) より

$$\begin{aligned} \epsilon &= (y - d)^T (y - d) \\ &= y^T y - d^T y - y^T d + d^T d = y^T y - 2y^T d + d^T d \end{aligned} \quad (2-11)$$

となり上式に式 (2-10) を代入することにより

$$\epsilon = c^T X X^T c - 2c^T X d + d^T d$$

を得る。ここで

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial c} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \epsilon}{\partial c_1} \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial c_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial c_N} \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

と書くことにすると式 (2-11) より

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial c} = 2X X^T c - 2X d \quad (2-13)$$

を得る。本節で述べる通常等化器の第 k 回目における調整アルゴリズムは

$$c_k = c_{k-1} - \frac{1}{2} \alpha_k \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial c} \right]_k \quad (2-14)$$

である。但し $c_k, \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial c} \right]_k, \alpha_k$ はそれぞれ第 k 回目の調整におけるタップ重みベクトル、 $\frac{\partial \epsilon}{\partial c}$ ベクトル、調整係数 α をあらわす。この α_k は任意に与えることができるものである。このアルゴリズムの収斂の保証については後の式 (2-28) の所で述べる。式 (2-14) に式 (2-13) を代入すると

$$\begin{aligned} c_k &= c_{k-1} - \alpha_k (X X^T c_{k-1} - X d) \\ &= c_{k-1} - \alpha_k \{ X (X^T c_{k-1} - d) \} \end{aligned} \quad (2-15)$$

を得る。図(2-4)は式(2-15)の演算を行いタップ重みを調整する回路である。これについて更に詳しく述べると $X^T c_{k-1}$ はタップ重み c_{k-1} と入力 $x_i (L \leq i \leq L+D-1)$ のたたみ込み結果のベクトル表示であり点Dに生ずる。 $X^T c_{k-1} - d$ は誤差信号のベクトル表示であり点Cに生ずる。これに左より X を乗ずることは点Cにおける時間関数と各タップに生ずる時間関数との内積、又は乗算積分、又は相互相関値を求めることに相当する。^{24 27} すなわち

$$X(X^T c_{k-1} - d) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

である。但し $f_1 \cdots f_N$ は夫々、点 $F_1 \cdots F_N$ に於ける出力である。これらにスカラ量 α_k をそれぞれ乗じた値だけタップ値が調整される。

次に図(2-4)に示す通常形等化器の最終収斂値および収斂の速さに関する考察に移る。

$$XX^T = A \quad (2-17)$$

$$Xd = v \quad (2-18)$$

とおく。このうち A は以下述べるように等化器動作上重要な役割を果たす等価基底帯域伝送路の自己相関行列であり $N \times N$ 次対称行列である。前述したように本論文中これを単に A とよぶことにする。 v は次元が N のベクトルである。式(2-17)(2-18)を式(2-13)に代入すると

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial c} = 2Ac - 2v \quad (2-19)$$

を得る。又式(2-11)より

$$\epsilon = c^T Ac - 2c^T v + d^T d \quad (2-20)$$

を得る。 $\frac{\partial \epsilon}{\partial c} = 0$ となる c がその最適値 c_{opt} であるから式(2-19)より

$$c_{opt} = A^{-1}v \quad (2-21)$$

を得る。又 c と c_{opt} の差を e とおくと

$$\mathbf{e} = \mathbf{c} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{v} \quad (2-22)$$

が得られる。このようにすると式(2-20)と(2-21)より

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\min} &= \mathbf{d}^T \mathbf{d} - \mathbf{v}^T (\mathbf{A}^{-1})^T \mathbf{v} \\ &= \mathbf{d}^T \mathbf{d} - \mathbf{v}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{v} \end{aligned} \quad (2-23)$$

を得る。但し ε_{\min} は \mathbf{c} が \mathbf{c}_{opt} である場合における ε の最小値である。

又式(2-22)より

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{c}_k - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{v} \quad k = 0, 1, \dots \quad (2-24)$$

を得る。但し \mathbf{e}_k は k 回目のタップ重み調整後のタップ重み誤差 \mathbf{e} の値である。式(2-11)、(2-23)、(2-24)より

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{\min} + \mathbf{e}_k^T \mathbf{A} \mathbf{e}_k \quad k = 0, 1, \dots \quad (2-25)$$

を得る。式(2-15)の調整アルゴリズムを用いる場合、式(2-15)、(2-19)、(2-24)を用いることにより

$$\mathbf{e}_k = [\mathbf{I} - \alpha_k \mathbf{A}] \mathbf{e}_{k-1} \quad (2-26)$$

を得る。式(2-25)より $\mathbf{e}_k^T \mathbf{A} \mathbf{e}_k$ を小さくすることにより誤差を小さくすることができるが、これはChangによると⁽⁹⁾

$$\mathbf{e}_k^T \mathbf{A} \mathbf{e}_k = \sum_{l=1}^N \xi_l(k) \quad (2-27)$$

但し

$$\xi_l(k) = (\mathbf{e}_0^T \mathbf{u}_l)^2 \lambda_l \left[\prod_{n=1}^k (1 - \alpha_n \lambda_l)^2 \right] \quad l=1, \dots, N \quad (2-28)$$

が成立する。但し \mathbf{u}_l は \mathbf{A} の l 番目の固有ベクトル、 λ_l はそれに対応する固有値である。式(2-28)に見られるように α_n を

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} < \alpha_n < \frac{2}{\lambda_{\min}} \quad (2-29)$$

の範囲の適当な値に選ぶと式(2-28)のかっこの中の絶対値が1より小さくなり式(2-25)より誤差電力 ε_k はタップ重み調整毎に小さくなり結局式(2-14)の調整アルゴリズムにより自動等化器は必ず収斂する。但し $\lambda_{\max}, \lambda_{\min}$ は夫々行列 \mathbf{A} の固有値の最大値、最小値である。式(2-28)は λ_l がすべてに等しい時 $\alpha_n = \frac{1}{\lambda_l}$ に選ぶことにより等化器は一度の

タップ重み調整により収斂に至ることを示している。

2.4 結 言

本章では通常の自動等化器の役割について述べ、又その動作の記述について述べた。ここで述べたことは従来より知られていたものであるが式(2-5)に示す X 行列を新たに導入して表現がコンパクトになるように努めた。2.3節の記述は殆どが後の3.3節の複素数を取り扱う記述を実数に縮退したものとなっている。2.3節を設けた理由は、ミーンスクエア形とゼロフォーシング形の違いを明らかにすると共に実数と複素数等化器の実際上の構成動作の違いを明らかにし理解を容易にするため、および2.3節にあらわれる数式が今迄知られていたのに対し、3.3節複素数形等化器の数式の形式的取り扱いが容易に実数形のそれより類推できるにしてもあまり知られていないものであるので、その2つの形式の等化器の数式による取り扱い上の差を示すためである。なお3.3節において2.3節の記述がそのままあてはまる部分は省略してある。概要および序論にて本論文はPN(擬似雑音)系列や孤立パルス送出時の自動等化器の収斂を加速する手法について述べることを示したが、このように本文の取り扱い範囲をPN系列又は孤立パルス入力時に限り、ランダムデータ信号入力時のふるまいについて考察しないことにする。

ランダムデータ信号入力時の等化器のふるまいについて考察しなかった理由は概要および序論でも述べたがもう一度くだいて述べる。その決定的な理由として実際回線における自動等化器の動作状態を考察する時このような期間においては自動等化器収斂が達成されていることを前提とするので高速収斂性そのものが無意味であることがあげられる。ちなみに1.1節で述べた種々の自動等化器高速収斂方式に関する文献のうち一部のシミュレーション結果を除きすべてがPN系列又は孤立インパルス入力時の自動等化器のふるまいについての考察結果である。ランダムデータ信号伝送中においても回線がゆるやかに変化することが考えられるが、その場合はここに述べた通常形の自動等化器で充分対応できると思われるので本文で以

下述べるような特別の収斂加速処置は不必要となる。

又データ伝送開始時に、等化器をも初期状態から立ち上がらせること、 PN 等の特別なデータでなく必要データで等化器を立ち上がらせることは、必要データの初めの部分をどのような形式の等化器においても捨てることになるので、このようなことは行われぬ。

以上の理由により本文ではランダムデータ信号入力時の自動等化器のふるまいについては考察しないことにする。

なおランダムデータ信号入力時には、後述する帯域分割形自動等化器は通常形自動等化器と同様良好に動作するが第 6 章に示したタップ重み調整係数変更形等化器は動作しないので収斂後そのタップ重みを通常形自動等化器に転送してランダムデータ信号にそなえなければならない。

本章における通常形自動等化器の考察はもちろん PN 系列又は孤立インパルス入力時の動作に関するものである。

第3章 複素数形係数行列付等化器

3.1 序 言

本章ではQAM (Quadrature Amplitude Modulation) 変調系に用いられる複素数形等化器であって収斂を速めるための係数行列をもつものの導出について述べる。これの導入に関する予備的な知識として初めに従来より知られていた実数形係数行列付等化器および複素数通常形等化器の動作について述べ、その後でこれらの知識を用いた2つの形式の複素数形係数行列付等化器の導入を行う。第3章を通じ“通常形”の語を係数行列をもたない形式の等化器に対して用いる。

3.2 実数形係数行列付P形等化器

序言で述べた実数形、複素数形のよび名の由来については3.3節のはじめの所にて複素数形等化器を導入する際に示してある。従来の等化器は実数形に属するが、これの係数行列をもつ形式について以下に述べる。

Chang は図 (3-1) に示すような信号経路に係数行列の入った等化器を提案した。⁽⁹⁾ 但し、ここに示す行列は M 行 N 列 (M は N と異なる値をとってもよい) のものであるがChang の提案したのは N 行 N 列のものである。以下順次式の展開を行って示すようにこれを M 行 N 列に一般化しても何らさしつかえない。⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾ この位置に入る係数行列をChangがこの行列の要素につけた名前にちなんで P 行列とよぶことにする。以下図 (3-1) に示す等化器の動作を2.3節で導入したコンパクトな記述を用いて説明する。⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾

ここで新たに

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1N} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{M1} & P_{M2} & \cdots & P_{MN} \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

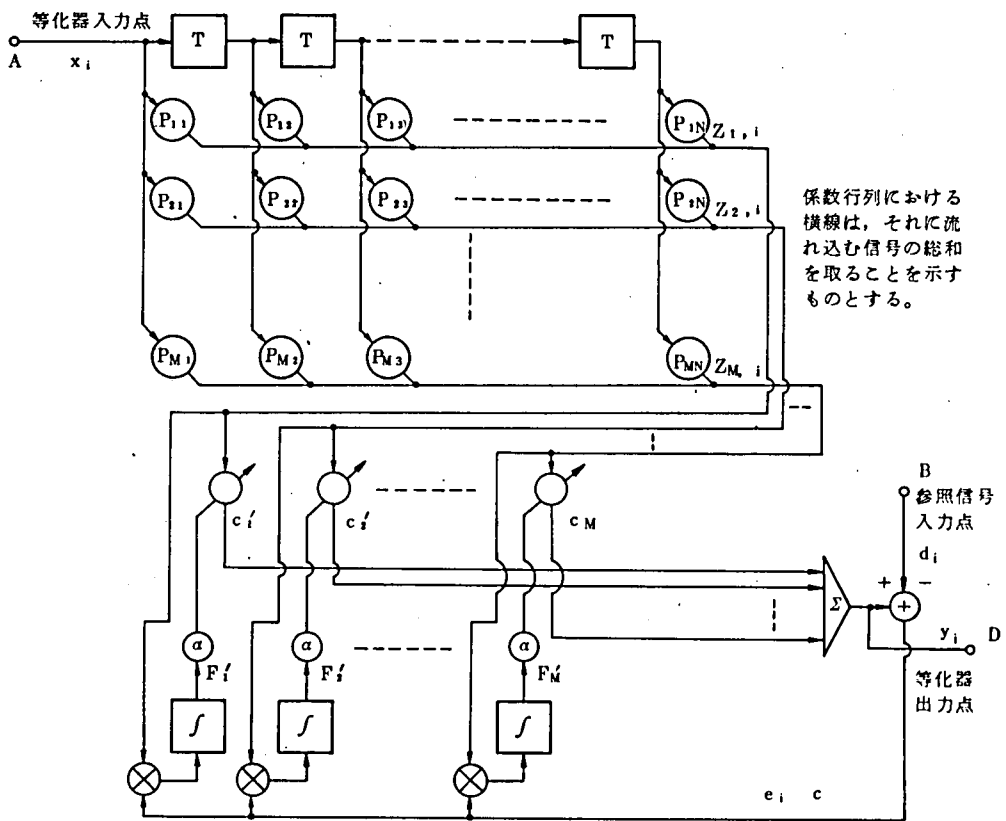


図 3-1 信号経路に係数行列を持つ自動等化器

$$\mathbf{c}' = \begin{bmatrix} c'_1 \\ c'_2 \\ \vdots \\ c'_M \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

および

$$\mathbf{Z}_m = \begin{bmatrix} Z_{m,L} \\ Z_{m,L+1} \\ \vdots \\ Z_{m,L+D+N-2} \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

を導入する。但し $Z_{m,i}$ は図 (3-1) における係数行列の第 m 番目の行に対応する時刻 i における出力である。明らかに

$$Z_m = X^T P_m^T \quad (3-4)$$

である。但し、 P_m は P の第 m 行である。又

$$\begin{aligned} y &= \sum_{m=1}^M c'_m Z_m \\ &= [Z_1, Z_2, \dots, Z_M] c' \\ &= [X^T P_1^T, X^T P_2^T, \dots, X^T P_M^T] c' \\ &= X^T [P_1^T, P_2^T, \dots, P_M^T] c' \\ &= X^T P^T c' \end{aligned} \quad (3-5)$$

を得る。但し、 c' は行列出力可変タップ重みと名付けることにする $c'_1 \dots c'_M$ のベクトル表現であり行列出力可変タップ重みベクトルである。 y はもちろん式 (2-8) で与えられる。又誤差 ϵ は式 (2-11) より

$$\epsilon = c'^T P X X^T P^T c' - 2 c' P X d + d^T d \quad (3-6)$$

を得る。ここで

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial c'} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \epsilon}{\partial c'_1} \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial c'_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial c'_M} \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

と書くことにすると、式 (3-6) より

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial c'} = 2 P X X^T P^T c' - 2 P X d \quad (3-8)$$

を得る。この等化器の第 k 回目の調整アルゴリズムは式 (2-14) とよく似ており

$$c'_k = c'_{k-1} - \frac{1}{2} \alpha_k \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial c'} \right]_k \quad (3-9)$$

である。但し同じく c'_k , $\left[\frac{\partial \epsilon}{\partial c'} \right]_k$, α_k は夫々第 k 回目の調整における行列出力可変タップ重みベクトル, $\frac{\partial \epsilon}{\partial c'}$ ベクトル, 調整係数 α をあらわす。

式 (3-9) に (3-8) を代入すると

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{c}}_k &= \dot{\mathbf{c}}_{k-1} - \alpha_k (\mathbf{P}\mathbf{X}\mathbf{X}^T\mathbf{P}^T\dot{\mathbf{c}}_{k-1} - 2\mathbf{P}\mathbf{X}\mathbf{d}) \\ &= \dot{\mathbf{c}}_k - \alpha_k \{\mathbf{P}\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{P}^T\dot{\mathbf{c}}_{k-1} - \mathbf{d})\}\end{aligned}\quad (3-10)$$

となる。図 (3-1) は以下述べるように式 (3-10) の演算を行い $\dot{\mathbf{c}}$ を調整する回路である。この式において $\mathbf{X}^T\mathbf{P}^T\dot{\mathbf{c}}_{k-1}$ は式 (3-5) に示すとおり等化器出力 \mathbf{y} に当たる。 $\mathbf{X}^T\mathbf{P}^T\dot{\mathbf{c}}_{k-1} - \mathbf{d}$ は誤差ベクトルでありこれに左より $\mathbf{P}\mathbf{X}$ を乗じることは誤差と各 \mathbf{Z}_m の各要素の相互相関値を求めることに相当する。このように考えると

$$\mathbf{P}\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{P}^T\dot{\mathbf{c}}_{k-1} - \mathbf{d}) = \begin{bmatrix} f'_1 \\ f'_2 \\ \vdots \\ f'_M \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

と書ける。但し $f'_1 \cdots f'_M$ はそれぞれ点 $F'_1 \cdots F'_M$ における出力である。これにスカラ量 α_k が乗じられタップ重み $\dot{c}_1 \cdots \dot{c}_M$ の変更が行われる。

さて図 (3-1) の P 形等化器の最終収斂値および収斂の速さに関する考察に移る。式 (2-17), (2-18) を夫々式 (3-6), (3-8) に代入すると

$$\varepsilon = \dot{\mathbf{c}}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{P}^T \dot{\mathbf{c}} - 2\dot{\mathbf{c}}^T \mathbf{P} \mathbf{v} + \mathbf{d}^T \mathbf{d} \quad (3-12)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \dot{\mathbf{c}}} = 2\mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{P}^T \dot{\mathbf{c}} - 2\mathbf{P} \mathbf{v} \quad (3-13)$$

を得る。 $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \dot{\mathbf{c}}} = 0$ となる $\dot{\mathbf{c}}$ がその最適値 $\dot{\mathbf{c}}_{\text{opt}}$ であるから式 (3-13) より

$$\dot{\mathbf{c}}_{\text{opt}} = [\mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{P}^T]^{-1} \mathbf{P} \mathbf{v} \quad (3-14)$$

が得られる。 $\dot{\mathbf{c}}$ と $\dot{\mathbf{c}}_{\text{opt}}$ の差を \mathbf{e}' とおくと

$$\mathbf{e}' = \dot{\mathbf{c}} - [\mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{P}^T]^{-1} \mathbf{P} \mathbf{v} \quad (3-15)$$

となり、このようにすると式 (3-14) と (3-12) より ε の最小値

ε_{\min} は

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\min} &= \mathbf{d}^T \mathbf{d} - \mathbf{v}^T \mathbf{P}^T [\mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{P}^T]^{-1} \mathbf{P} \mathbf{v} \\ &= \mathbf{d}^T \mathbf{d} - \mathbf{v}^T \mathbf{P}^T [\mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{P}^T]^{-1} \mathbf{P} \mathbf{v}\end{aligned}\quad (3-16)$$

を得る。ここで $[PAP^T]^{-1}$ も又対称行列であることに注意する。式 (3-15) より

$$e'_k = c'_k - [PAP^T]^{-1} P v \quad (3-17)$$

を得る。但し e'_k は k 回目のタップ重み誤差のベクトル表現である。

式 (3-12), (3-16), (3-17) より

$$\varepsilon_k = e_k^T P A P^T e'_k + \varepsilon_{\min} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3-18)$$

を得る。式 (3-9) のタップ重み調整アルゴリズムを用いるとき式 (3-9), (3-13), (3-17) より

$$e'_k = [I - \alpha_k P A P^T] e'_{k-1} \quad (3-19)$$

を得る。式 (3-18) より $e_k^T P A P^T e'_k$ を小さくすることにより誤差を小さくできるが式 (2-27) の左辺より右辺を導出したのと同じ過程により

$$e_k^T P A P^T e'_k = \sum_{l=1}^M \xi'_l(k) \quad (3-20)$$

但し

$$\xi'_l(k) = (e_0^T u_l)^2 \lambda_l \left[\prod_{n=1}^k (1 - \alpha_n \lambda_l)^2 \right], \quad l = 1, \dots, M \quad (3-21)$$

が成立する。但し u_l は $P A P^T$ の l 番目の固有ベクトル、 λ_l はそれに対応する固有値である。

Chang が行った係数行列導入の効果について述べる。⁽⁹⁾ 等価基底帯域伝送路の自己相関行列は式 (2-17) で与えられるが、これの固有値の値

λ_l は Gersho によると

$$m \leq \lambda_l \leq M \quad (3-22)$$

の範囲に分布する。⁽⁶⁾ 但し m および M は等価基底帯域伝送路の伝達関数の電力スペクトル密度の最大値および最小値である。電力スペクトル密度が平坦であると m と M が等しくなるから式 (3-22) によりすべての λ_l が等しくなる。この場合式 (2-28) においてわかるように

$$\alpha_n = \frac{1}{\lambda_l} \quad (3-23)$$

に選ぶことにより1回のタップ重み c の調整により各 ϵ_l (1)は0となり収斂に至る。以上述べた事柄の定性的な説明は1.4節にて行った。一般に各 λ_l は等しくなく、これの最大値 λ_{\max} と λ_{\min} の比 R_c , すなわち

$$R_c = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (3-24)$$

は式(3-22)により限界付けられるが、これは条件数(Condition number)とよばれ等価基底帯域伝送路の良さをあらわす。そして一般の等価基底帯域伝送路においてはこの値が数10又はそれ以上にのぼることがある。そのため式(2-28)をみることにより、わかるように通常の等化器においては収斂が相当遅くなることがある。

ところで本節で述べている係数行列 P をもつ等化器における収斂に関する式は式(3-21)である。この場合は問題となる行列は A に代わって PAP^T となり、これの固有値の分布が等化器の収斂を左右する。 P は任意に選べるから Chang が示したように

$$PAP^T = I \quad (3-25)$$

のように選ぶと各 λ_l が等しくなり、図(3-1)の形式の等化器は式(3-21)に示されるように1回の c_l の調整で収斂に至る。又、係数行列 P が式(3-25)を近似的に満足している場合でも P が無い場合より収斂が一般に速くなる。⁽⁹⁾ これが P を導入する理由である。この方式は回線の A 行列が求まっていなければ最適の P を選べないという欠点がある。この欠点を除きいつも同じ係数行列を用いてしかも収斂を速めようとするのが次章で述べる帯域分割形自動等化器である。

3.3 通常の複素数形等化器

位相が90度違う2つの搬送波を用いて変調を行う方法を2次元変調とよぶ。⁽²⁰⁾ この形式はQAM(Quadrature Amplitude Modulation)ともよばれる。これに対しAM又はVSB変調等の実質的に1つの搬送波しか用いな

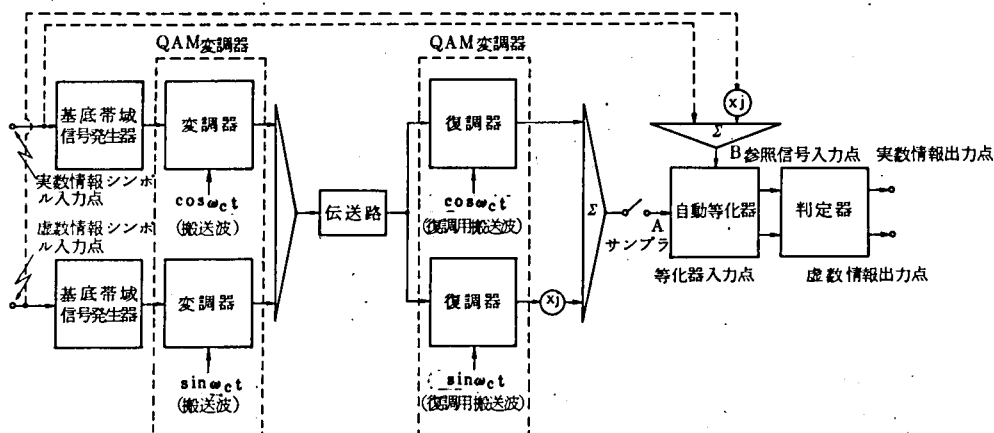


図 3 - 2 2次元変調方式を用いたデータ伝送システムの構成図

いものを1次元変調とよぶ。²¹⁾ 図(2-1)の1次元変調伝送方式に対応する2次元変調伝送方式を図(3-2)に示す。これ以外に自動等化器を復調器の前に置く形式もあるが、係数行列付等化器にはなじまないので本文ではふれない。²²⁾ 2次元変調伝送方式の等化を行うものをこの種等化器のもう1つの特徴である。複素数係数をもち複素数を取り扱うということにちなみ本文では複素数形等化器とよぶことにする。これに対し1次元変調伝送方式に用いる従来の等化器をその取り扱い数にちなみ実数形等化器とよぶ。

実数、虚数2つの情報シンボル入力点より、この伝送方式のシンボル送出間隔 T 秒毎にあらかじめきめられた数値の組が同時に入力する。これら情報シンボル入力点に入った2つの数値は夫々同一特性をもつ基底帯域信号発生器を通りそれぞれ $\cos \omega ct$, $\sin \omega ct$ と90度位相の違う搬送波により変調され、相加えられて伝送路へ送出される。以上が送信側の働きである。受信側では伝送路出力より入力した信号が $\cos \omega ct$, $\sin \omega ct$ というあらかじめ送信側と同期のとれた2つの正弦波で復調され夫々基底帯域信号に復元される。このうち $\sin \omega ct$ で復調されたものは虚数入力で

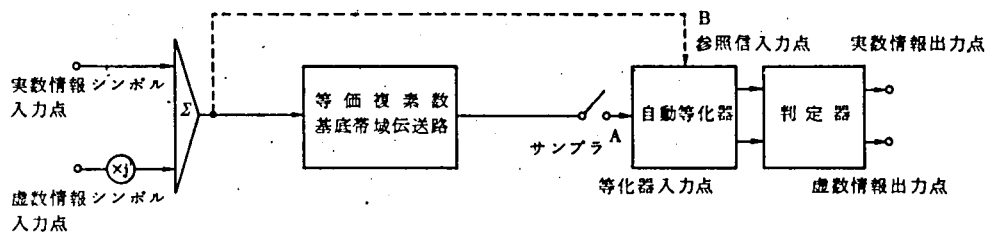


図 3 - 3 2次元変調伝送方式を用いたデータ
伝送システムに対する等価回路

あるとされ j を乗じて虚数とする。但し j は $\sqrt{-1}$ である。これらの基底帯域信号がサンプラにて T 秒間隔毎にサンプルされ等化器に入力する。等化器はこの等化器入力信号から伝送路の影響を除いて情報シンボル入力点の値を再現する働きをする。2.2 節のはじめに述べたとうり基底帯域信号発生器の影響は復調の時に消える。等化器出力は判定器に入り等化器出力がきめられた数値の組のうちのどれかの判定が行われる。等化器へ入力する参照信号は送信側の実数情報シンボル入力点、虚数情報シンボル入力点における信号値をそれぞれ実数値、虚数値とする複素信号である。これもやはり判定結果を用いるか、又はあらかじめ取りきめられた信号を用いることにより受信側で発生する。図 (3-2) の回路は図 (3-3) の等価回路に置きかえることができる。ここでは変調器、伝送路、復調器の部分が等価基底帯域複素数伝送路に置き替わっている。等価基底帯域複素数伝送路は伝送路の正周波数側特性の搬送波周波数の位置が等価基底帯域複素数伝送路の直流の位置に移動した形式の伝送関数をもつものであり一般に複素数のインパルス応答をもつものである。図 (3-2) から図 (3-3) への変形において $(\times j)$ の位置が移動しているが、右方の $(\times j)$ の消失は復調器の消失により、左方の $(\times j)$ の発生は変調器の消失により夫々起因する。図 (3-3) の等価回路における自動等化器はもちろん複素数信号を取り扱い、上記複素数のインパルス特性をもつ等価複素基底帯域伝送路の逆特

性を発生するものである。

以下 2 次元変調に用いる複素数形等化器について述べる。¹⁹ 形式としてはミンスケア形のものののみを取り扱うことにする。この等化器は図 (3-4) に示す構造をもつ。¹⁹ 実数のみを取り扱う図 (2-4) の構造と比べて一見して違うのは⊕で複素数共役値を取る部分である。又もちろん図 (3-4) は複素数を取り扱う信号経路をもち、又含まれる係数はすべて複素数である。この等化器において式 (2-3) に対応する式は

$$\epsilon = \sum_{i=-\infty}^{\infty} [\tilde{y}_i - \tilde{d}_i][y_i - d_i] \quad (3-26)$$

である。又複素数共役記号を \sim であらわす。又 $b_1 \dots b_N$ は複素数タップ重みである。

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} = \mathbf{c} + j\mathbf{f} \quad (3-27)$$

である。式 (2-5) はそのままである。但しすべての要素は複素数である。前後の関係からわかるので今後は実数形等化器に関して求めた式で複素数形等化器においてもそのまま使えるものは、その都度ことわずに使用

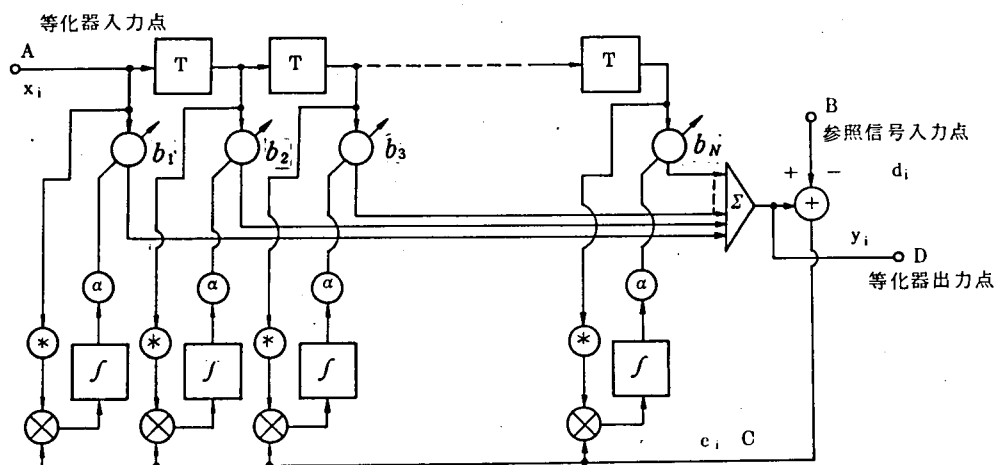


図 3-4 複素数形等化器の構成図

うことにする。又式 (2-6) ~ (2-8) はもちろんそのまま成り立つ。
式 (2-10) に対応する式は

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}^T \mathbf{b} \quad (3-28)$$

である。式 (2-13) に対応する式を以下導出する。式 (3-26) より

$$\varepsilon = \tilde{\mathbf{y}}^T \mathbf{y} - \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{y} - \tilde{\mathbf{y}}^T \mathbf{y} + \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{d}$$

を得る。式 (3-28) を上式に代入して

$$\varepsilon = \tilde{\mathbf{b}}^T \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T \mathbf{b} - \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{b} - \tilde{\mathbf{b}}^T \mathbf{X} \mathbf{d} + \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{d} \quad (3-29)$$

を得る。式 (3-27) を上式に代入して

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (\mathbf{c}^T - j\mathbf{f}^T) \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T (\mathbf{c} + j\mathbf{f}) - \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{X}^T (\mathbf{c} + j\mathbf{f}) - (\mathbf{c}^T - j\mathbf{f}^T) \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{d} + \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{d} \\ &= (\mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T \mathbf{c} + \mathbf{f}^T \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T \mathbf{f}) - (\tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{c} + \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{d}) + j(-\tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{f} + \mathbf{f}^T \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{d}) + \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{d} \end{aligned} \quad (3-30)$$

を得る。ここで

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{b}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{c}} + j \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{f}} \quad (3-31)$$

とおく。 $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{b}}$ は複素数タップ重み \mathbf{b} の変化による ε の変化の割合である。

式 (3-30) を \mathbf{c} および \mathbf{f} で偏微分することにより

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{c}} = 2\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T \mathbf{c} - (\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{d} + \mathbf{X} \tilde{\mathbf{d}}) \quad (3-32)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{f}} = 2\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T \mathbf{f} + j(\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{d} - \mathbf{X} \tilde{\mathbf{d}}) \quad (3-33)$$

を得る。式 (3-31) ~ (3-33) より

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{b}} = 2\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T \mathbf{b} - 2\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{d} \quad (3-34)$$

を得る。これは式 (2-13) に対応し、図 (3-4) に示す等化器を動作させる。この場合、式 (2-14), (2-15) に示した動作と全くパラレルな動作が行われる。

次に最終収斂値および収斂の速さに関する考察に移る。

$$\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T = \mathbf{A} \quad (3-35)$$

$$\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{d} = \mathbf{v} \quad (3-36)$$

とおく。式 (2-17) の \mathbf{A} は対称行列であるが、式 (3-35) の \mathbf{A} はより

拡張された形のエルミート行列である。固有値は両者共実数でありこれのバラツキが何れの場合にも等化器収斂に重要な役割を果たす。 v の形もより拡張された形になっている。式(3-35), (3-36)を夫々式(3-34), (3-29)に代入すると

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial b} = 2Ab - 2v \quad (3-37)$$

$$\varepsilon = \tilde{b}^T A b - \tilde{v}^T b - \tilde{b}^T v + \tilde{d}^T d \quad (3-38)$$

を得る。 $\frac{\partial \varepsilon}{\partial b} = 0$ となる b の値が b の最適値 b_{opt} であるから式(3-37)より

$$b_{opt} = A^{-1}v \quad (3-39)$$

が得られる。これは式(2-21)の実数形等化器に対する式と同じものを得る。又 b と b_{opt} の差を実数形等化器の場合と同じく e とおく。この場合 e は複素数に拡張される。すると

$$e = b - A^{-1}v \quad (3-40)$$

と形式的には式(2-22)と同じ式を得る。このようにすると式(3-38)と式(3-39)より

$$\varepsilon_{min} = \tilde{d}^T d - \tilde{v}^T A^{-1}v \quad (3-41)$$

を得る。 ε_{min} は b_{opt} における ε の最小値である。式(3-40)より

$$e_k = b_k - A^{-1}v \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3-42)$$

を得る。又式(3-38), (3-41), (3-42)より

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{min} + \tilde{e}_k^T A e_k \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3-43)$$

を得る。但し e_k, b_k, ε_k は夫々 k 回目のタップ調整後の e, b, ε の値である。但し、この導出に際してはエルミート行列の性質

$$(\tilde{A}^{-1})^T = A^{-1}$$

を用いた。

$$b_k = b_{k-1} - \frac{1}{2} \alpha_k \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial b} \right]_k \quad (3-44)$$

の調整アルゴリズムを用いることにより、又式(3-37), (3-40),

(3-44)から

$$e_k = [I - \alpha_k A] e_{k-1} \quad (3-45)$$

を得る。

式(3-44)における b_k の変化値を与える $\left[\frac{\partial \epsilon}{\partial b}\right]_k$ なる量は $\frac{\partial \epsilon}{\partial b}$ の第 k 回目のタップ重み調整値における値でありそのときの $\frac{\partial \epsilon}{\partial b}$ は式(3-34)で与えられ、その動作はもちろん図(3-4)に示す等化器により行われる。 $\left[\frac{\partial \epsilon}{\partial b}\right]_k$ の実数部、虚数部はトランスバーサルフィルタとして見た自動等化器のタップ重みの夫々実数部および虚数部の変化を与えるものであり、トランスバーサルフィルタのタップ重みの実数部、虚数部はその伝達関数のそれぞれ振幅特性、位相特性に対応せず周波数領域であらわした伝達関数の偶関数、奇関数成分に対応するのと同様 $\left[\frac{\partial \epsilon}{\partial b}\right]_k$ は自動等化器の伝達関数のこれらの変化に対応する。

式(3-43)は $\tilde{e}_k^T A e_k$ を小さくすることにより誤差電力 ϵ_k を小さくすることを示しているが $\tilde{e}_k^T A e_k$ は式(2-27), (2-28)の導出に際してChangが行ったのと同じ方法を用いて

$$\tilde{e}_k^T A e_k = \sum_{l=1}^N \xi_l(k) \quad (3-46)$$

$$\xi_l(k) = (\tilde{e}_k^T u_l)(\tilde{e}_k^T \tilde{u}_l) \lambda_l \left[\prod_{n=1}^k (1 - \alpha_n \lambda_l)^2 \right] \quad (3-47)$$

$l=1 \cdots N$

が成立する。但し u_l は A に固有値による分解を行った場合の l 番目の固有ベクトルであり λ_l はそれに対する固有値であり実数である。

3.4 複素数P形等化器

今迄の考察で複素数P形等化器を導入するための準備が整ったのでこの節ではこれの導入を行う。

表題の等化器の構造は図(3-5)のようになっている。これは2次元変調系に用いる信号経路に係数行列をもつ等化器である。この形の1次元変調用のものはすでに知られており、P形の名称はこの形式の導入時における係数行列の名称にちなんだものである。⁽⁹⁾ この動作について順次述

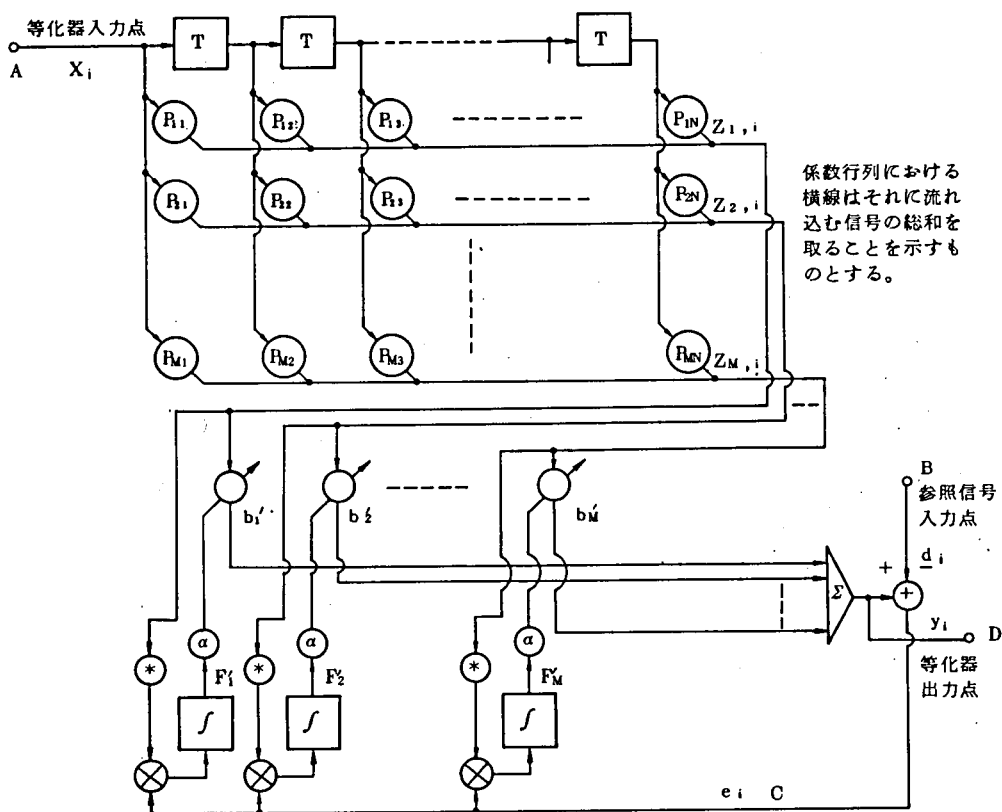


図 3-5 複素数 P 形等化器の構成図

べていく。図 (3-1) に示す実数係数行列付等化器との相異点は、この等化器が複素数を取り扱い又係数行列の要素が複素数であること、又⊗で示した複素共役値を取る部分が存在する等の点である。図における各部の名称、式中の係数、変数の名称は 3.2 節に示したものをそのまま用いる。但し、係数、変数の値はすべて複素数として取り扱うことにする。なお行列出力可変タップ重みベクトルのみは実数値 c' に変えて、特に複素数としての値 b' を用いる。すなわち

$$b' = \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \\ \vdots \\ b'_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c'_1 \\ c'_2 \\ \vdots \\ c'_M \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} f'_1 \\ f'_2 \\ \vdots \\ f'_M \end{bmatrix} = c' + jf' \quad (3-48)$$

とあらわす。ここで $c'_1 \cdots c'_M, f'_1 \cdots f'_M$ 等は夫々 $b'_1 \cdots b'_M$ の実数部および虚数部である。式 (3-1), (3-3), (3-4) は取り扱う数を複素数に変えてもそのまま成立する。式 (3-5) は

$$y = X^T P^T b' \quad (3-49)$$

に変わる。誤差 ε は式 (3-29) より

$$\varepsilon = \tilde{y}^T y - \tilde{d}^T y - \tilde{y}^T d + \tilde{d}^T d$$

を得てこれに式 (3-49) を代入することにより

$$\varepsilon = \tilde{b}'^T \tilde{P} \tilde{X} X^T P^T b' - \tilde{d}^T X^T P^T b' - \tilde{b}'^T \tilde{P} \tilde{X} d + \tilde{d}^T d \quad (3-50)$$

を得る。これが式 (3-6) に対応するものである。式 (3-48) を式 (3-50) に代入して

$$\begin{aligned} \varepsilon = & (\mathbf{c}'^T \tilde{P} \tilde{X} X^T P^T \mathbf{c}' + \mathbf{f}'^T \tilde{P} \tilde{X} X^T P^T \mathbf{f}') - (\tilde{d}^T X^T P^T \mathbf{c}' + \mathbf{c}'^T \tilde{P} \tilde{X} d) \\ & + j(-\tilde{d}^T X^T P^T \mathbf{f}' + \mathbf{f}'^T \tilde{P} \tilde{X} d) + \tilde{d}^T d \end{aligned} \quad (3-51)$$

を得る。ここで

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{b}'} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{c}'} + j \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{f}'} \quad (3-52)$$

とおく。式 (3-51) を \mathbf{c}' および \mathbf{f}' で夫々偏微分することにより

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{c}'} = 2 \tilde{P} \tilde{X} X^T P^T \mathbf{c}' - (\tilde{P} \tilde{X} d + P X \tilde{d}) \quad (3-53)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{f}'} = 2 \tilde{P} \tilde{X} X^T P^T \mathbf{f}' + j(\tilde{P} \tilde{X} d - P X \tilde{d}) \quad (3-54)$$

を得る。式 (3-52) ~ (3-54) より

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{b}'} &= 2 \tilde{P} \tilde{X} \{X^T P^T (\mathbf{c}' + j \mathbf{f}') - d\} \\ &= 2 \tilde{P} \tilde{X} X^T P^T b' - 2 \tilde{P} \tilde{X} d \end{aligned} \quad (3-55)$$

を得る。これが式 (3-8) に対応するものである。式 (3-9) に対応する図 (3-5) の 2 次元変調用等化器の調整の式は

$$b'_k = b'_{k-1} - \frac{1}{2} \alpha_k \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial b'} \right]_k \quad (3-56)$$

であり、これに式 (3-55) を代入して

$$b'_k = b'_{k-1} - \alpha_k \{ \tilde{P} \tilde{X} (X^T P^T b' - d) \} \quad (3-57)$$

を得る。式 (3-10) を用いて図 (3-1) の等化器の動作を説明したが、これと全く同様に式 (3-57) を用いて、図 (3-5) に示す等化器の動作を説明できる。

次に図 (3-5) に示す複素数 P 形等化器の最終収斂値および収斂の速さに関する考察に移る。式 (3-35), (3-36) を夫々式 (3-50),

(3-55) に代入すると

$$\epsilon = \tilde{\mathbf{b}}^T \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A} \mathbf{P}^T \mathbf{b}' - \mathbf{b}'^T \mathbf{P} \mathbf{v} - \tilde{\mathbf{b}}^T \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{v} + \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{d} \quad (3-58)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \mathbf{b}'} = 2 \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A} \mathbf{P}^T \mathbf{b}' - 2 \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{v} \quad (3-59)$$

を得る。式 (3-59) より、式 (3-14) に対応する

$$\mathbf{b}'_{\text{opt}} = [\tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A} \mathbf{P}^T]^{-1} \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{v} \quad (3-60)$$

を得る。 \mathbf{b}' と \mathbf{b}'_{opt} との差を \mathbf{e}' とおくと、式 (3-15) に対応する

$$\mathbf{e}' = \mathbf{b}' - [\tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A} \mathbf{P}^T]^{-1} \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{v} \quad (3-61)$$

を得る。このようにすると式 (3-58), (3-60) より式 (3-16) に対応する

$$\epsilon_{\min} = \tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{d} - \mathbf{v}^T \tilde{\mathbf{P}}^T [\tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A} \mathbf{P}^T]^{-1} \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{v} \quad (3-62)$$

を得る。式 (3-61) より、式 (3-17) に対応する

$$\mathbf{e}'_k = \mathbf{b}'_k - [\tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A} \mathbf{P}^T]^{-1} \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{v} \quad (3-63)$$

を得る。式 (3-56), (3-62), (3-63) より、式 (3-18) に対応する

$$\epsilon_k = \tilde{\mathbf{e}}_k^T \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A} \mathbf{P}^T \mathbf{e}'_k + \epsilon_{\min} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3-64)$$

を得る。式 (3-56) のアルゴリズムを用いるとき、式 (3-56), (3-59), (3-63) より、式 (3-19) に対応する

$$\mathbf{e}'_k = [\mathbf{I} - \alpha_k \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A} \mathbf{P}^T] \mathbf{e}'_{k-1} \quad (3-65)$$

を得る。又式 (3-20), (3-21) に対応する

$$\tilde{\mathbf{e}}_k^T \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A} \mathbf{P}^T \mathbf{e}'_k = \sum_{l=1}^M \xi'_l(k) \quad (3-66)$$

$$\xi'_l(k) = (\tilde{\mathbf{e}}_k^T \mathbf{u}'_l)(\mathbf{e}'_k^T \tilde{\mathbf{u}}_l) \lambda_l \left[\prod_{n=1}^k (1 - \alpha_n \lambda_l)^2 \right] \quad (3-67)$$

が成立し、やはり式 (3-19) ~ (3-25) に関して述べたことと全くバラ

レベルな考察により

$$\tilde{P}AP^T = I \quad (3-68)$$

に選ぶとやはり収斂を速くできる。但し u_i は $\tilde{P}AP$ の i 番目の固有ベクトル、 λ_i はこれに対する固有値でありエルミート行列の性質上実数である。

3.5 複素数 G 形等化器

ここではこれまでの信号経路に係数行列をもつ形式ではなくてこの形式の変形により得られる誤差信号経路に係数行列をもつ自動等化器について述べる。さらに詳しく述べれば前節で述べた2次元変調系に対して用い、信号経路に係数行列を含む等化器である複素数 P 形等化器を変形することによる複素数 G 形等化器の導入に関して述べる。¹²⁾ これは同じく2次元変調系に対して用い、誤差信号経路に係数行列をもつものである。

他方、1次元変調系に対して用いる誤差信号経路に係数行列をもつ等化器はもちろん存在し、吉田、野中により提案されている。¹²⁾ そしてこの等化器は実数 P 形等化器からの変形により求まる。しかしその変形の過程は全く複素数形のそれを縮退したものであるのでここではとりあげない。なお誤差信号経路に係数行列をもつ等化器に対して G 形と呼称する理由は前記実数 G 形等化器導入の際に用いられた係数行列の名称にちなむためである。¹²⁾

なお次節にて複素数形等化器の実数形への縮退についてふれる。変形は図(3-5)に示す複素数 P 形等化器を出発点とするが、以後の記述を容易にするため、まず図(3-5)を図(3-6)のように簡単化する。

図(3-6)の構成を以下順次変形していく。先ず複素共役発生部を P 行列の前に移動させると図(3-7)の構成を得る。この変更により複素共役値発生器直後の行列は行列 P の各要素がその共役値にかわったもの \tilde{P} となる。次に乗算器群と \tilde{P} 行列を入れ替えると図(3-8)の構成を得る。この変更において後での変更にならえて点 Y へ至る経路を付け加えた。

行列 P とその出力に対する行列出力可変タップ重みベクトル b' の縦続接

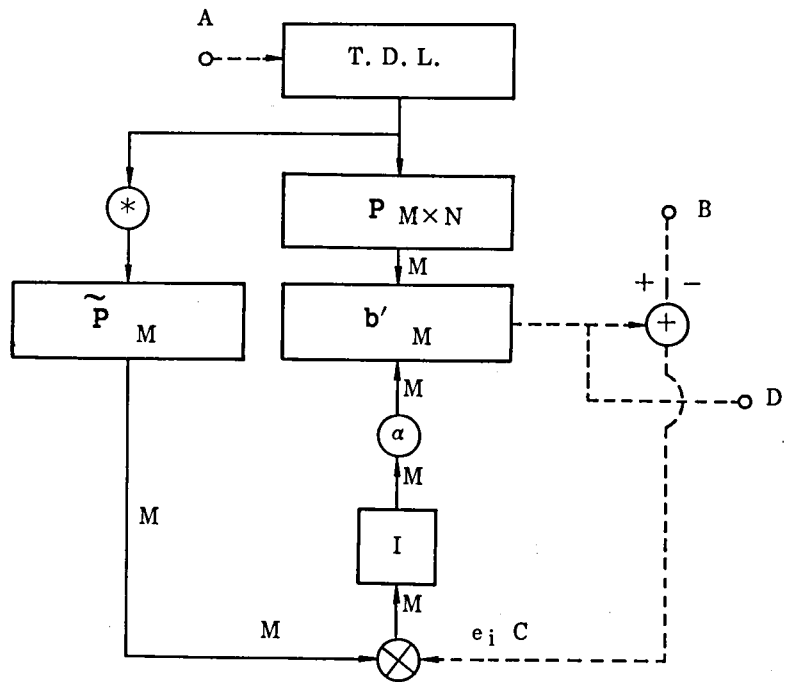


図 3 - 7 複素数 G 形等化器を得るための第 1 段階の変形

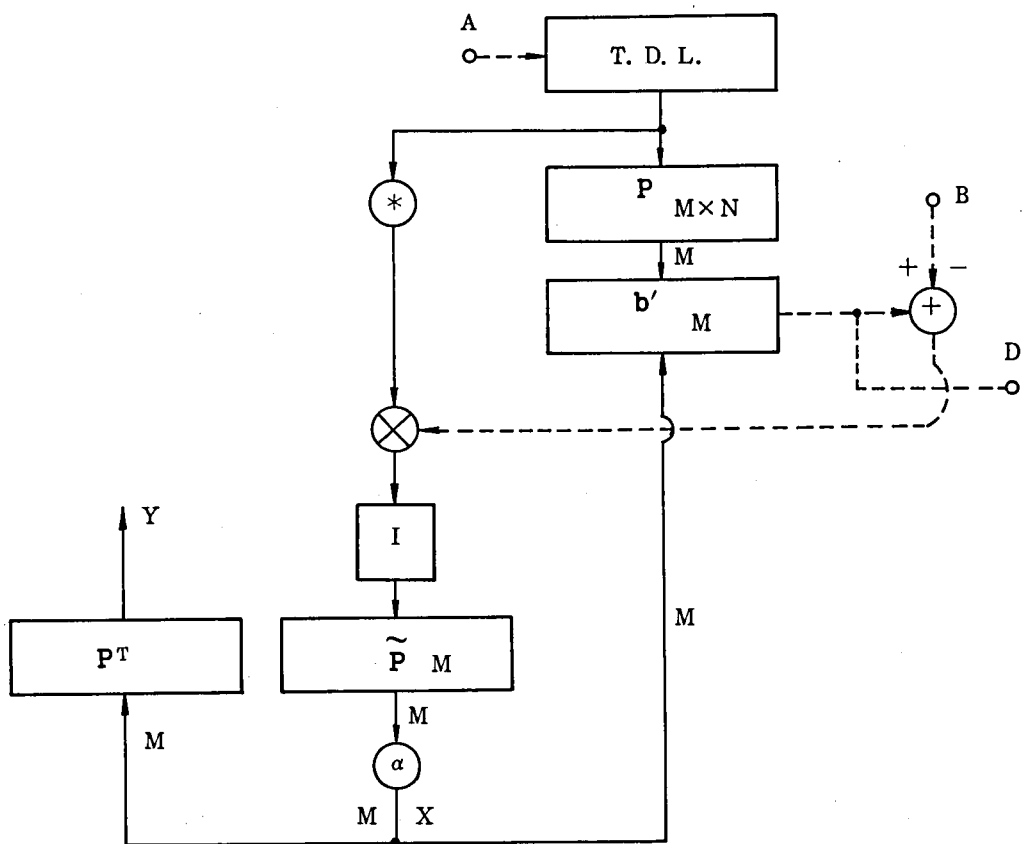


図 3 - 8 複素数 G 形等化器を得るための第 2 段階の変形

続と全く同一の伝達関数を発生する。タップ付遅延線出力に直接つながるタップ重みベクトル \mathbf{b} について考察する。タップ重みベクトル \mathbf{b} は、行列出力可変タップ重みベクトル \mathbf{b}' の各要素に対応する \mathbf{P} の各行を夫々乗じ総和したものとなることは明らかである。これから

$$\mathbf{b} = \mathbf{P}^T \mathbf{b}' \quad (3-69)$$

を得る。

変化情報についても同じことが言え、図(3-8)の点Xには \mathbf{b}' に対する変化情報が発生するのに対し点Yには \mathbf{b} に対する変化情報が発生する。この変化情報が出た以上、図(3-8)の構成から点Yの出力を \mathbf{b} の変化情報として用いる図(3-9)の形式が導かれる。これは本節初めにも述べたが誤差信号部に係数行列をもつ等化器であり、3.4節初めに述べたの

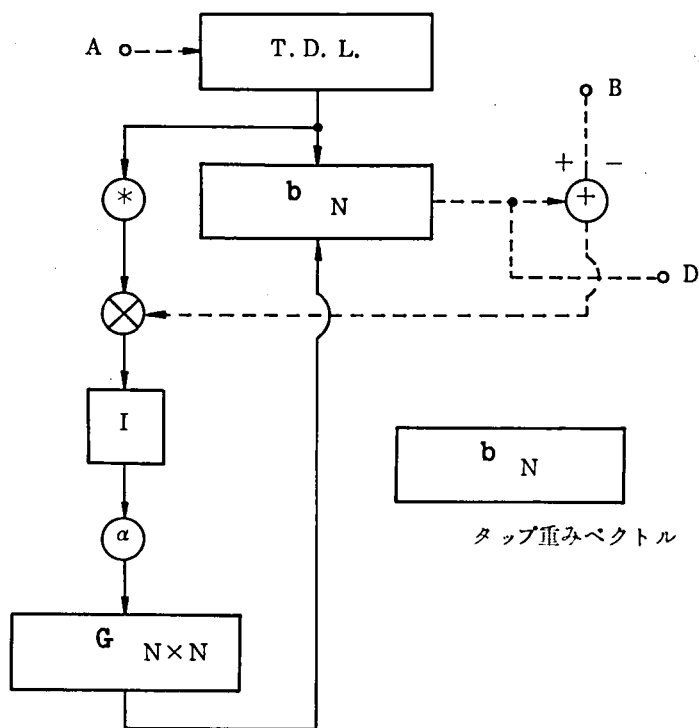


図 3-9 複素数 G 形等化器の簡単化した表現

と同じ理由によりG形係数行列付等化器とよぶことにする。ここでももちろん

$$\mathbf{P}^T \tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{G} \quad (3-70)$$

である。ここで式(3-69)と同じく

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{P}^T \mathbf{e}_k' \quad (3-71)$$

が成立する。但し \mathbf{e}_k' は式(3-63)で与えられ、 \mathbf{e}_k は式(3-42)で与えられる \mathbf{b}_k に対するk回目のタップ重み調整後のタップ重み誤差である。これを式(3-65)の両辺の左より \mathbf{P}^T を乗じたものに代入すると

$$\mathbf{e}_k = [\mathbf{I} - \alpha_k \mathbf{G} \mathbf{A}] \mathbf{e}_k \quad (3-72)$$

が成立する。 $\mathbf{G} \mathbf{A}$ は例えば $\begin{bmatrix} 1 & 2+3j \\ 2-3j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1-2j \\ 1+2j & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+7j & 7+7j \\ 7-7j & -1+7j \end{bmatrix}$

となることからわかるように一般にエルミート行列ではない。式(3-72)はG形係数行列付等化器のタップ重み減少に関する式であり文献13における実数変調用G形等化器に関する式と同じ形式となっている。¹³⁾ただ式(3-72)における行列Gがエルミート行列の形をとる点が対称行列の形をとる実数G形等化器の場合と異なる。

今迄の考察においてG形等化器の構成をP形等化器よりの変形により求めたのであるが、この変形が演算順序の変更のみにより成り立っており図(3-6)の構成と図(3-9)の構成は式(3-70)が成立すれば全く同一の動作を行うことがわかる。式(3-72)より

$$\mathbf{G} = \mathbf{A}^{-1} \quad (3-73)$$

に選ぶと図(3-9)の等化器は速い収斂が得られることがわかるが、上述の動作の同一性のために図(3-6)の構成におけるP行列は

$$\mathbf{P}^T \tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{A}^{-1} \quad (3-74)$$

に選ぶべきことがわかる。

3.6 複素数の演算法および実数形等化器への縮退

今迄 3.3 節以降、信号および等化器中の各係数はすべて複素数として取り扱われた。しかしながら実際の計算は複素数を分解した実数演算により行われる。この場合複素行列の演算は複素スカラ係数の乗算と全く同じように行えばよい。このようにすると、例えば図 (3-9) の構成は図 (3-10) のように書ける。⁽²⁾ 図 (3-10) におけるタップ重みベクトル \mathbf{c}_i ,

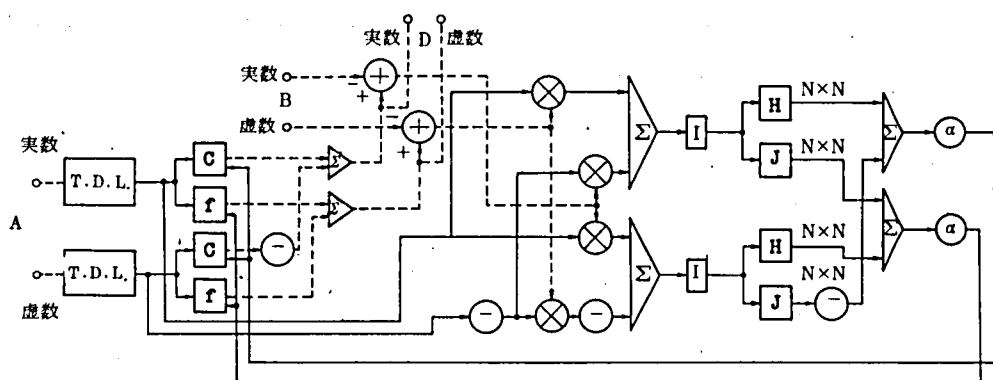


図 3-10 複素数 G 形等化器演算の実数演算への分解

\mathbf{f} は式 (3-27) により与えられ、又行列 \mathbf{H} 及び \mathbf{J} は

$$\mathbf{G} = \mathbf{H} + j\mathbf{J} \quad (3-75)$$

により与えられる。

図 (3-10) の構成を実数等化器に縮退することを考える。この場合、虚数入力がないこと、タップ重みベクトル \mathbf{d} が 0 でよいことから結局図 (3-9) の複素数表現と同じ構成になる。但しすべての部分は複素数の代りに実数のみを取り扱うことになり複素共役値をとる部分はなくなる。図 (3-6) の P 形等化器についても同様である。これら夫々 P 形、 G 形の実数等化器はそれぞれ Chang および吉田、野中の提案したものに帰着する。⁽²⁾

なお、実数等化器において式 (3-70) に相当する式は

$$\mathbf{P}^T \mathbf{P} = \mathbf{A} \quad (3-75)$$

となるが、以後 1 次元形等化器についてふれる場合は、3.3 節以降本節迄の各式、各図において複素共役値を取る操作を無視して、それらを 1 次元等化器の動作を示すものであるとして取り扱う。

3.7 結 言

筆者が導入した複素数 P 形および G 形等化器についてこれらの導出に必要な予備知識とともに述べた。⁽²⁾ 複素数形等化器は QAM 変調方式の等化に不可欠なものであり、その係数行列付形式が導入されたことは、QAM 変調用等化器の収斂高速化に 1 つの道を開くものである。

第4章 帯域分割形等化器

4.1 序 言

P形、G形係数行列付等化器において、これら各等化器中の係数行列を等価基底帯域伝送路の逆の特性をもつように構成すると速い収斂が得られることは前3.5節にて述べたとうりである。⁽⁶⁾⁽⁹⁾⁽¹²⁾ しかしながら、これら係数行列はあらかじめ等価基底帯域伝送路の状態を知らなければ構成できない。ここにこれら係数行列付等化器の使用上のむずかしさがある。

Gersho は伝送路の自己相関行列 A の固有値の存在範囲が式(3-22)に示したとうりであることを述べた。⁽⁶⁾ これから等価基底帯域伝送路伝達関数の電力スペクトル密度が平坦であると各固有値が互いに等しくなり、従ってそのような場合、3.2節に述べたことにより通常等化器の収斂が1回のタップ重み調整で得られるという結論が導びける。これに関する説明および帯域分割形等化器に関する定性的な説明は1.4節で行った。ここで述べる帯域分割形等化器は実際の回線においてその伝達関数の電力スペクトル密度が周波数軸上で急激な変動を示さず、伝送路周波数帯域をいくつかの部分帯域に分けた場合、個々の帯域中の電力スペクトル密度の変動が少ないことを利用して、係数行列付等化器の係数行列を帯域分割形行列として構成し速い収斂を得ようとするものである。又この時のタップ重み調整係数 α は各帯域毎に自動的に計算して得ることができ、被等化伝送路の特性を前もって知ることなく全く自動的に等化が行える。⁽²³⁾⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾

4.2 実数帯域分割形等化器の基本構成

帯域分割形自動等化器においてもP形、G形の2種類があり、図(4-1)、(4-2)に夫々の構成図を示す。⁽²³⁾⁽²⁶⁾ 両図で帯域分割数は D であり、それに対応して D 個の部分行列をもつ。図(4-1)、(4-2)の2つの等化器の間で

$$(P_{Md,N}^d)^T (P_{Md,N}^d) = G_{NN}^d \quad (4-1)$$

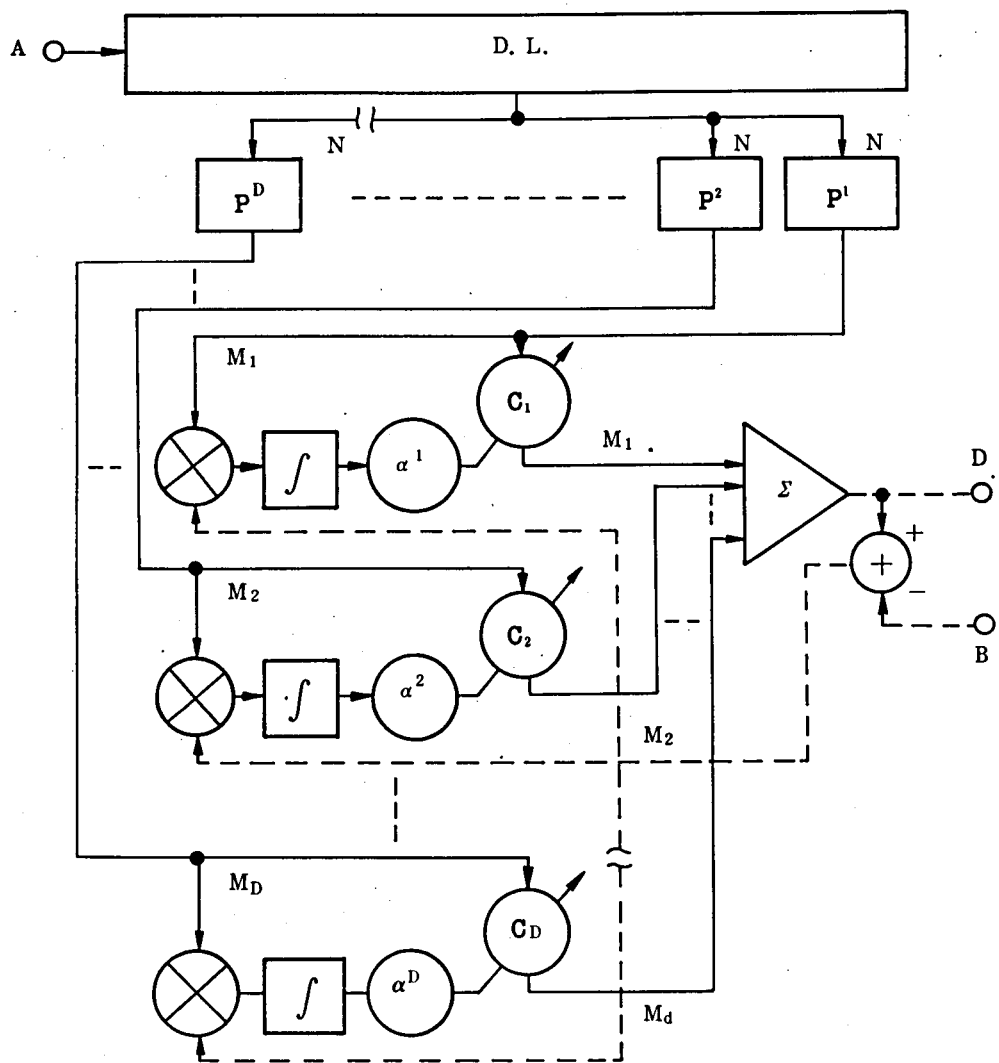


图 4 - 1 带域分割 P 形自动等化器

本文ではサンプリング間隔を1秒に正規化する。この場合正周波数側の全帯域は $0 \sim \pi$ (ラジアン/秒)となる。これをD個に分割した時のd番目 $\frac{\pi(d-1)}{D} \sim \frac{\pi d}{D}$ の帯域のみを通し、しかも1サンプルの遅延を与える伝達関数 $f_d^j(j)$ はサンプリングモードで記述すると

$$f_d^l(j) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{j-l} \cos \frac{\pi(2d-1)}{2D} (j-l) \cdot \sin \frac{\pi}{2D} (j-l) \quad (4-2)$$

となる。但し j は整数値をとる時間変数である。式 (4-2) に関する知識をもとに図 (4-1) の $\mathbf{P}_{M_d, N}^d$ として無限大の行数をもつ行列 \mathbf{T}_N^d を導入する。すなわち

$$T_N^d = \begin{bmatrix} \dots\dots\dots \\ t_d^{A+D}(1), t_d^{A+D}(2), \dots\dots\dots, t_d^{A+D}(N) \\ t_d^A(1), t_d^A(2), \dots\dots\dots, t_d^A(N) \\ t_d^{A-D}(1), t_d^{A-D}(2), \dots\dots\dots, t_d^{A-D}(N) \\ t_d^{A-2D}(1), t_d^{A-2D}(2), \dots\dots\dots, t_d^{A-2D}(N) \\ \dots\dots\dots \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

となる。ここで $t_d'(j)$ と $f_d'(j)$ の間には

$$t_d^l(j) = \sqrt{D} f_d^l(j) \quad (4-4)$$

なる関係がある。この係数に関しては本節中に後述する。 A は $\frac{N}{2}$ に最も近い整数とする。このように特定しても一般性を失わない。

式(4-3)の行のうち $b(j)$ を含む行を第0行とよび、その上の行を第(-1)行、下の方を第1行などとよぶことにする。P形等化器の行列は例えば図(3-5)に示されるように各行の要素の値を重みとする独立のトランスバーサルフィルタが行数だけ並列に存在する構成になっている。そして出力の個数はもちろん行数に等しい。このようにP形等化器の行列は行列の形をしているが行毎にわかれて働く。そして各行の出力はタップ付遅延素子列T,D,L入力と各行の要素値のたたみ込み結果であるといえる。このようにP形等化器の行列は行に重点を置いて観察しなければいけないものである。

このような見方をすると式(4-3)の各行から成る伝達関係は完全に矩形的な周波数振幅特性をもつ式(4-4)で与えられる伝達関数の一部を“切り出し”たものとなる。“切り出し”方について述べると行番号が0附近の行の場合はタップ重みのピーク値が、ほぼ列の中心附近にあるが行番号が多く(少なく)なるにつれて中心が右方(左方)へ寄っていく。式(4-4)の右辺は j が1近くにピークをもち j が l から離れるにつれて小さくなる関数であるので結果として行番号が0附近の行がよりよく、式(4-4)に近い矩形状の周波数振幅特性を保存しており行番号が0より離れるにつれて矩形状振幅特性を発生する関数としては“特性”が劣化していくことになる。例えば $D=4$, $N=31$, $A=15$ の場合、第2行目に関する上記“切り出し”の影響は電力的にいて僅か0.25%に過ぎない。第(-2)行目についても同様であり、第(-1), 0, 1行ではこの影響がより少ない。これら(-1), 0, 1各行は互いに D (秒)の遅延差をもっているので、このことは最大0.25%という僅かな干渉成分を許すという条件下でこれら各行が帯域分割遅延タップ出力とみなせるということを意味する。式(4-3)にみられるように各行の遅延間隔は各帯域の帯域幅 $\frac{\pi}{D}$ (ラジアン/秒)に対する D 秒である。分割数 D が小さい場合このような“切り出し”の影響の少ない行が存在すること、すなわちタップ付遅延線を用いた通常の等化器とほぼ同一の動作をすることが、式(4-3)のタイムサンプリング形帯域分割行列を選んだ大きな理由である。なお式(4-3)において各行は第0行から遠ざかるにつれて帯域 d における遅延タップとしての性質を失っていくが、各行中の係数の値も小さくなっていき、結果としてその重要性を減じていく。式(4-3)における無限行の必要性は本節中〔性質1〕に関してふれる。

なおこの係数行列 T_N^d を $P_{M_d, N}^d$ として使用することは無限大次元の行列出力可変タップ重みベクトル、乗算器などが必要であり实际的でない。

次にタイムサンプリング系列の帯域分割関数を用いた図(4-2)に示すG形等化器について述べる。²³⁾ 式(4-1)中の $P_{M_d, N}^d$ に式(4-3)で与えられる T_N^d を代入した場合に得られる $G_{N, N}^d$ を $X_{N, N}^d$ とよぶことにする。

X_{NN}^d は N 行 N 列の行列であってその第 m 行 n 列の要素 x_{mn}^d は

$$x_{mn}^d = \frac{2}{\pi(m-n)} \cos \frac{\pi(2d-1)(m-n)}{2D} \sin \frac{\pi(m-n)}{2D} \quad (4-5)$$

となる。ここで式 (4-3) にあった A が式 (4-5) には無いことに注意する。すなわち A は本来任意でもよいものである。ここで

$X_{NN}^d (d=1 \cdots D)$ が全体としてもつ重要な性質について考える。 X_{NN}^d を図 (4-2) 中の G_{NN}^d として用いた場合、図 (4-2) の点 Y における N 次元ベクトル信号は点 X における N 次元ベクトル信号の線形変換である。この変換行列 X_{NN} は

$$X_{NN} = \sum_{d=1}^D (\alpha^d) X_{NN}^d \quad (4-6)$$

とあらわせる。ここで次の重要な性質が存在する。

[性質 1] $\alpha^d (d=1 \cdots D)$ が 0 でない実数であれば X_{NN} の階数は N である。

このことは X_{NN} が第 d 番目の帯域における伝達関数の電力スペクトル密度が一様に (α^d) であるような対象伝送路の A 行列に等しいこと、その固有値が式 (3-22) で (α^d) の最大値と最小値の間に限られど (α^d) も 0 でないことを示すことにより証明できるが、詳細は省略する。さて、この性質の意味について述べる。性質 1 は、図 (4-2) の点 X から点 Y までの変換で次元が減らない、すなわち独立な情報の数が減らないことを意味する。従って最終収斂値は係数行列のない場合と同一であることが保証されることになる。 X_{NN}^d は d 番目の帯域を重点的に通過させる帯域通過性の行列であることはそのもととなった式 (4-4) の矩形的帯域分割関数より発生した行列 T_N^d の性質から明らかである。さらに性質 1 によりこの行列を用いても通常形と同じ収斂値が保証される。この 2 つの性質は帯域分割用係数行列として必要な性質である。これが帯域分割用係数行列の 1 形式として式 (4-5) で与えられる X_{NN}^d およびこれのもととなる。

式 (4-3) で与えられる T_N^d という無限行の行列を選んだ理由である。なお式 (4-6) で (α^d) をすべて 1 にすると X_{NN} は単位行列となり、

図(4-2)の等化器は係数行列のない等化器に帰着する。これら式(4-5)における係数 $\frac{2}{\pi}$ 、さかのぼって式(4-4)における係数 $\frac{2\sqrt{D}}{\pi}$ を決定した理由である。

式(4-3)で与えられる T_N^d は無限の行数をもっており実際には使用できない行列であった。ここで有限行数のP形等化器用行列を求める。

X_{NN}^d を対称行列であることに注意して分解すると

$$X_{NN}^d = (s_{NN}^d)^T D_{NN}^d s_{NN}^d = (K_{NN}^d)^T (K_{NN}^d) \quad (4-7)$$

$$d=1 \cdots D$$

但し、

$$K_{NN}^d = \sqrt{D_{NN}^d} s_{NN}^d \quad (4-8)$$

である。 s_{NN}^d は X_{NN}^d の固有ベクトルを行とする行列、 D_{NN}^d は対応する固有値からなる対角行列である。⁽⁷⁾なお $\sqrt{D_{NN}^d}$ なる記号は対角行列 D_{NN}^d の各要素をその平方根で置きかえた行列を示すものとする。 K_{NN}^d は s_{NN}^d の各行に対応する $\sqrt{D_{NN}^d}$ の要素が乗じられた形であるが、ここで説明の都合上 s_{NN}^d の各行は乗じられる $\sqrt{D_{NN}^d}$ の要素の大きい順に上から並んでいるものとする。このような並べかえは自由にできる。

D=4における $s_{31,31}^1$ に対するその上からh行目をベクトル表示した s_k^1 の各要素の値を図(4-3)にグラフで示した。横軸はもちろん列番号であり、 $1 \leq h \leq 8$ について(a)(b)2つの図に分けて示してある。各曲線に s_1^1, s_2^1 などの名称を示すことはせず、それらに対応する $\sqrt{D_{31,31}^1}$ のh行目の値を r_k^d であらわした時の r_1^1, r_2^1 などの値を付記することにより各曲線を区別することにする。 r_1^1 の値は0.8程度、 r_{10}^1 の値は0.1程度であり、これ以降の値は無視できるほど小さい。

図(4-3)は図(4-3(a))に示されるように勢力の中心周波数(この場合は直流)集中性が強い行は全体の勢力が大きき、図(4-3(b))のように勢力の中心周波数以外への分散がみられる行は全体の勢力が小さい傾向があることを示す図で、これについては4.5節でさらに考察する。

式(4-1)より、このようにして得られた K_{NN}^d を $P_{M_d, N}^d$ としてもつ図(4-1)の形の等化器は、式(4-7)で与えられる X_{NN}^d を G_{NN}^d として

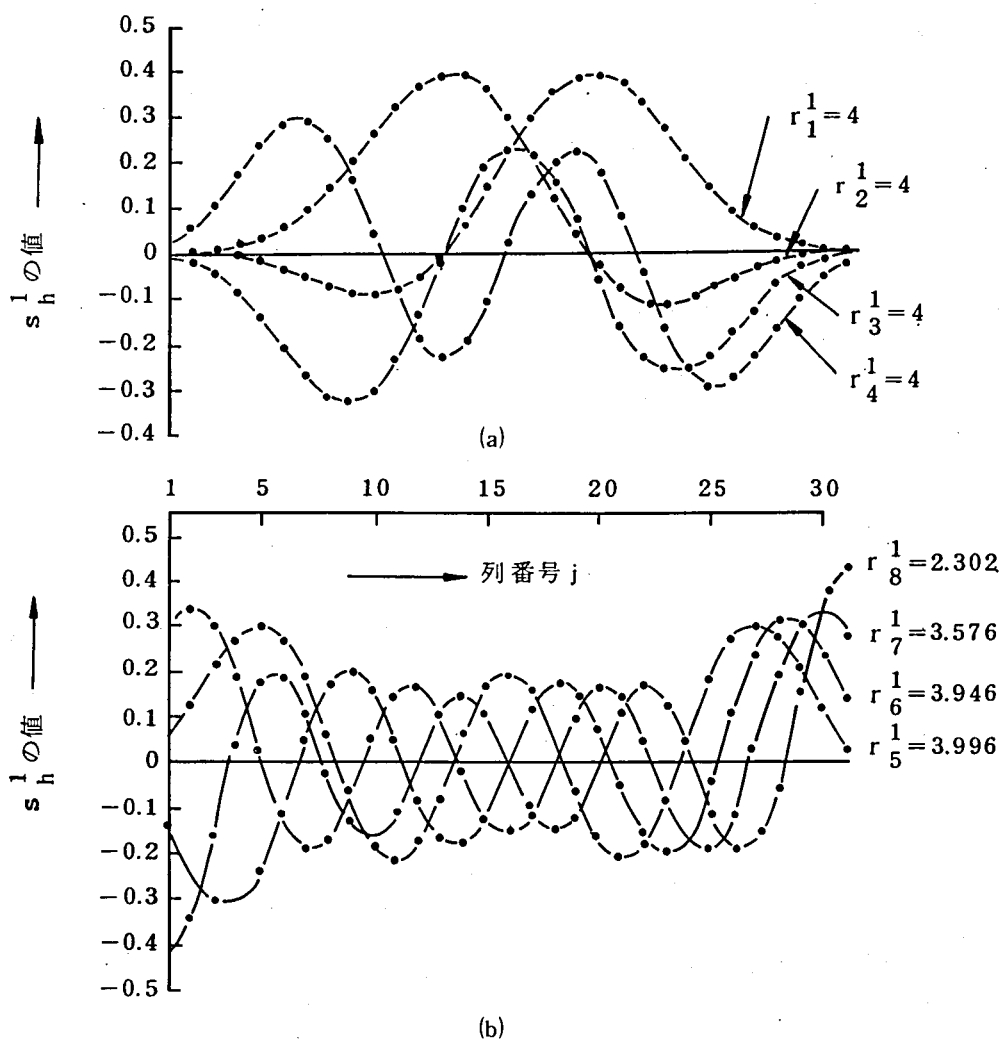


図 4-3 $s_{31 \sim 31}^1$ の構成成分を示す図

もつ図 (4-2) のそれと同じ働きをすることがわかる。 K_{MN}^d をその導入法にちなみ、カルーネンレーブ P 形等化器用行列とよぶことにする。⁽⁷⁾

以上本節で種々の式 (4-3) の形式の行列より派生したタイムサンプリング系列の係数行列について述べてきた。これら式 (4-3), (4-5), (4-8) の各行列は式 (4-1) が成立すれば全く同一の機能を果たすことに注意する。次に別の系列の帯域分割行列について述べる。

4.4 フリケンシサンプリング系列の帯域分割関数

前節でタイムサンプリング系列の帯域分割関数の説明を行ったが、ここでは帯域分割関数の他の1つの系列であるフリケンシサンプリング系列の説明を行う。⁽⁵⁾ この形式の行列を本文のように自動等化器の帯域分割アルゴリズムに組み込む例はないが伝達関数を発生する回路の信号経路に入れる例は他に見受けられる。⁽⁸⁾ この場合帯域分割数Dは遅延線タップ数Nより1少ないN-1に限られる。この場合の第d帯域用のP形等化器用係数行列 F_N^d とよぶことにすると F_N^d は

$$F_N^d = \begin{bmatrix} f_{11}^d & f_{12}^d & \cdots & f_{1N}^d \\ f_{21}^d & f_{22}^d & \cdots & f_{2N}^d \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N1}^d & f_{N2}^d & \cdots & f_{NN}^d \end{bmatrix} \quad (d=1 \cdots N-1) \quad (4-9)$$

の2行N列の行列になる。但し

$$f_{1j}^d = \frac{1}{\sqrt{N-1}} \cos \frac{(d-1)(j-1)}{N-1} \pi \quad (j=1 \cdots N, d=1 \cdots N-1) \quad (4-10)$$

$$f_{2j}^d = \frac{1}{\sqrt{N-1}} \sin \frac{(d-1)(j-1)}{N-1} \pi \quad (j=1 \cdots N, d=1 \cdots N-1) \quad (4-11)$$

である。この形式 F_N^d に対応するG形等化器用行列を Y_{NN}^d とよぶことにするとこれの第m行n列 y_{mn}^d は

$$y_{mn}^d = \frac{1}{N-1} \cos \frac{(d-1)(m-n)}{N-1} \pi \quad (d=1 \cdots N-1) \quad (4-12)$$

となる。

この系列におけるP行列の各行は式(4-10)、(4-11)であらわされるが、これら各行の出力を求めることは結局信号のサンプル数Nの時間関数のDFTを求めることと全く同じである。DFT(離散的フーリエ変換)の完備性により、この系列のG形等化器用行列 Y_{NN}^d に対しても4.3節の性質1が成立する。又DFTと等価であるため分割数DはN-1に限られる。

次にこの系列と4.3節で述べたタイムサンプリング系列との相互関係について述べる。タイムサンプリング系列の係数行列は式(4-2)に示すように $\frac{\sin x}{x}$ (xはある変数)の形のタップ重みをもつ低域トランスバー

サルフィルタを基本としており周波数帯域を矩形に分割する濾波器として働く。これに対してフリケンシサンプリング系列の係数行列は矩形状のタップ重みをもつ低域トランスバースルフィルタを基本としており周波数帯域を $\frac{\sin x}{x}$ の形の関数で重み付けして取り出す濾波器として働く。これは帯域分割を行う伝達関数の両極端をなすものであり、これ以外の形の関数はこれらの中間の動作を示すと思われるのでここではそれ以外の帯域分割関数は考えない。

4.5 収斂に関する考察

ここでは帯域分割形等化器の収斂速度がなぜ通常形等化器に比べて速いかを1.4節で述べたことをふまえて考察する。⁽²³⁾⁽²⁶⁾ なおここでは、タイムサンプリング形について主に述べ、フリケンシサンプリング形に特有な問題を補足する方法で説明を行う。

分割のあらい場合につき先ず説明する。分割があらいとは $\frac{N}{D}$ が例えば6以上の場合を指す。従ってタイムサンプリング形にのみ起り得る場合である。図(4-1)の構成を考察の出発点とする。 $P_{M_d, N}^d$ に式(4-3)の T_N^d を用いる。4.3節にて分割のあらい場合、 T_N^d の第0行付近の比較的多数の各行は相互の干渉成分が少なく、ほぼ完全に帯域分割されているとみなせる出力を発生することを述べた。分割があらい場合、第0行付近以外の各行の係数値は小さいので、この等化器の動作は第0行付近に支配されると考えると、図(4-1)の各 $P_{M_d, N}^d$ は第d番目の部分帯域の出力のみを発生する完全な帯域分割形の行列であると考えられる。この場合図(4-1)の等化器は、異なった帯域の信号間の相互相関関数は0であることから、各々 $P_{M_d, N}^d$ の1個の係数行列のみをもつd個の部分等化器の並列接続としてあらわされる。但し、この場合入力は共通であり、出力は各部分等化器の出力の総和であり、又、正しい値も共通に供給される形式となる。この個々の部分等化器は前述の T_N^d の性質から、夫々の部分等化器に対応する帯域の理想的帯域通過濾波器と等遅延間隔DT (Tは系のシンボル間隔であり遅延線の遅延間隔) の遅延線をもつ通常の等化器の縦続

接続に変形できる。このように変形すると、各部分等化器への入力とは元の入力信号のうちから対応する帯域の部分のみを抜き出したものとなる。ところで通常形の等化器において1.4節で説明した事柄、および Gersho が与えた式(3-22)および式(2-28)より、固有値の存在範囲が電力スペクトル密度の最大値と最小値の間にあり、固有値のパラッキにより等化器収斂速度がきまることがわかる。ここで述べる構成においては夫々の部分等化器における固有値の存在範囲が、対応する部分帯域の電力スペクトル密度の最大値と最小値の間に限られるので、各部分等化器の固有値のパラッキの範囲が全帯域を1つの等化器で扱う場合より小さくなる。これが本文で述べる帯域分割形等化器の収斂が速い理由である。

次に分割が細かい場合の帯域分割形等化器の動作、収斂の速さについて述べる。この場合にはフリクエンシサンプリング形係数行列が含まれるが、まずタイムサンプリング形係数行列の場合について述べ、後で前者について述べる。同じく図(4-1)の形式の等化器において $\mathbf{P}_{M_d, N}^d$ に \mathbf{T}_N^d を用いたものを考える。 d が大きくなると4.3節の初めに述べたトランケイトの影響で \mathbf{T}_N^d はもはや方形的な帯域分割用伝達関数として機能しなくなるが、ある周波数付近のみを通過させる帯域濾波器としての性質をもち続ける。例えば D が大きくなると、 \mathbf{T}_N^d の第0行目の j 列要素 $t_d^j(j)$ は

$$t_d^j(j) = \frac{1}{\sqrt{D}} \cos \frac{\pi(2d-1)}{2D} (j) \quad (1 \leq j \leq N) \quad (4-13)$$

となるが、 A が $\frac{N}{2}$ 付近であると、これは帯域の中心周波数 $\frac{\pi(2d-1)}{2D}$ (ラジアン/秒) を中心として帯域幅 $\frac{2\pi}{(N-1)}$ (ラジアン/秒) の“主ローブ”に勢力の90.2%をもつ関数であり、帯域選択性の強いものである。

\mathbf{T}_N^d はこのような帯域選択性をもつが、 \mathbf{X}_{NN}^d も、その対応から、図(4-2)の構成の \mathbf{G}_{NN}^d に用いた場合、帯域選択性をもつことがいえる。それは \mathbf{G}_{NN}^d 出力において、第 d 番目の帯域の誤差に関する出力のみを発生するという形であられる。以上にに基づき次の条件1を与える。

〔条件1〕 図(4-1)に示すP形帯域分割形等化器、又は図(4-2)のG形帯域分割形等化器において、夫々 $\mathbf{P}_{M_d, N}^d$, N , \mathbf{G}_{NN}^d が選

扱する帯域内ではその等価基底帯域伝送路の電力スペクトル密度は一定に保たれる。

G形等化器において、式(3-72)の \mathbf{GA} に相当するものが図(4-2)の帯域分割G形等化器では \mathbf{R}_{NN} になるとすると、

$$\mathbf{R}_{NN} = \left\{ \sum_{d=1}^D (\alpha^d) \mathbf{G}_{NN}^d \right\} \mathbf{A} = \sum_{d=1}^D (\alpha^d) \mathbf{G}_{NN}^d \mathbf{A} \quad (4-14)$$

となる。ここで実際に用いる係数行列は \mathbf{X}_{NN}^d であるから、これを式(4-14)に代入すると

$$\mathbf{R}_{NN} = \sum_{d=1}^D (\alpha^d) \mathbf{X}_{NN}^d \mathbf{A} \quad (4-15)$$

と書ける。条件1が成立すると式(4-15)中の $(\alpha^d) \mathbf{X}_{NN}^d \mathbf{A}$ について次の関係が成り立つ。

$$(\alpha^d) \mathbf{X}_{NN}^d \mathbf{A} = (\alpha^d) \mathbf{X}_{NN}^d \rho_d \quad (4-16)$$

但し、 ρ_d は第d番目の帯域における等価基底帯域伝送路の電力スペクトル密度である。この式は、(i) \mathbf{X}_{NN}^d はその出力として第d番目の帯域の誤差に関する出力のみを発生し、他の帯域の誤差には無関係である。(ii) 条件1により第d番目の帯域では等価基底帯域伝送路の電力スペクトル密度は一定であり ρ_d の値をもつ。(iii) 従って \mathbf{X}_{NN}^d 出力に関しては \mathbf{A} 行列は第d番目の帯域外においても一定値 ρ_d の電力スペクトル密度をもつ回線に対する \mathbf{A} 行列 $\rho_d \mathbf{I}$ (\mathbf{I} はN元の単位行列)と等価である。という3つの理由により成立する。なお \mathbf{A} 行列が $\rho_d \mathbf{I}$ の形の等価基底帯域伝送路に対応する全電力は ρ_d であることに注意する。このことは後に4.6節で用いられる。式(4-16)が成立すると式(4-15)は

$$\mathbf{R}_{NN} = \sum_{d=1}^D (\alpha^d) \rho_d \mathbf{X}_{NN}^d \quad (4-17)$$

と書ける。ここで

$$(\alpha^d) = \frac{1}{\rho_d} \quad (4-18)$$

に選ぶと、式(4-17)は

$$\mathbf{R}_{NN} = \sum_{d=1}^D \mathbf{X}_{NN}^d = \mathbf{I} \quad (4-19)$$

となり、このような条件1が成立する場合は1回の調整で収斂する。

次にフリケンシサンプリング形係数行列に関して述べる。この場合もやはり条件1が成立するとする。式(4-14)の G_{NN}^d に式(4-12)にその要素を示す Y_{NN}^d を代入する。すると式(4-15)～(4-19)と平行な操作を経て R_{NN} は

$$R_{NN} = I \quad (4-20)$$

となり R_{NN} は単位行列の $N-1$ 倍となり、 Y_{NN}^d に関しても X_{NN}^d と同じことがいえる。

次に条件1の成立の限界について述べる。先ずタイムサンプリング形係数行列に関する考察を行う。 X_{NN}^d は

$$\begin{aligned} X_{NN}^d &= (K_{NN}^d)'(K_{NN}^d) = \sum_{h=1}^N (K_h^d)'(K_h^d) \\ &= \sum_{h=1}^N (r_h^d)(s_h^d)'(s_h^d) \end{aligned} \quad (4-21)$$

と変形できる。但し K_h^d は K_{NN}^d の h 行目のベクトル表現である。 s_h^d , r_h^d については4.3節の終わりの方で述べた。ここで図(4-3)をみると、列番号 j が1又は N の端の方で、中央部に比べて、 h の値が大きいほど s_h^d の要素値が大きな値をとり、その個所で伝達時間関数は急瞬な変化をする。

これは周波数的にみた場合、スペクトルが広がることを意味する。このことは d が1以外の周波数が高い場合でも成り立つと思われる。従って結論として、タイムサンプリング形係数行列において G_{NN}^d を構成する成分のうち、势力的にその大部分を占める成分で条件1が成り立つ場合でも勢力のごく一部にこれから外れるものが出る可能性があるといえる。これらの影響は、シミュレーションにおいて式(4-18)の (α^d) を用いて等化を行うと等化器が発散に至る場合、 s_h^d の項数を減らすことにより安定性が得られることで明らかになった。

フリケンシサンプリング形係数行列においては式(4-21)の形の分割を行うと、式(4-9)からわかるように2項の和としてあらわされるが、これら2項の何れもが周波数軸上で $\frac{\sin x}{x}$ の形の伝達関数をもっており、

勢力的にその大部分を占める成分で条件 1 が成り立つ場合でも、勢力のごく一部にこれから外れるものが出る可能性がタイムサンプリング形係数行列と同様である。以上で帯域分割形等化器の収斂に関する考察を終わり、次にパラメータ (α^d) の自動計算に移る。

4.6 パラメータの自動計算

α^d の求め方をここでは述べる。⁽²³⁾⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾ 分割があらわい場合は、例えばタイムサンプリング形係数行列にあっては $\mathbf{T}_N^d \mathbf{A} (\mathbf{T}_N^d)^T$ の固有値を求め、その最大値と最小値の平均の逆数より求めることができるが自動計算は不可能である。分割が細かい場合は入力信号の電力スペクトル密度 ρ_d を求めて式 (4-18) を用いて α^d を求めることができる。本節では主にこの ρ_d を求める方法について述べる。

図 (4-4) ~ (4-5) における $\mathbf{I}_d, \mathbf{Q}_d$ は 1 つの行から成る行列でありタイムサンプリング形係数行列の場合は、

$$\mathbf{I}_d = [I_{d1}, I_{d2}, \dots, I_{dN}] \quad (4-22)$$

$$I_{dj} = f_d^A(j) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{j-A} \cos \frac{\pi(2d-1)}{2D} (j-A) \cdot \sin \frac{\pi}{2D} (j-A) \quad (4-23)$$

であり、ここで A は N の $\frac{1}{2}$ に近い値をとる。又 \mathbf{Q}_d はゼロ行列である。

すなわちタイムサンプリング形行列の場合は \mathbf{I}_d のみを必要とする。

図 (4-4) ~ (4-5) で用いる行列はこれにスカラ量 \sqrt{D}, D を夫々乗じたものである。図 (4-4) で 2 乗器へ入れる信号は等化器入力のうち第 d 番目の帯域が \sqrt{D} 倍されたものである。積分器出力は第 d 番目の帯域の電力が D 倍されるものであり、これは 4.5 節中の (i) 項およびその直後に説明したとおり ρ_d である。図 (4-5) の構成の出力も同様 ρ_d である。同図において乗算器へ入る一方の入力はタップ A よりとる。この場合は異なった帯域の信号間の相互相関関数値は 0 であることを利用する。又、積分期間は等化器本体のそれと同一に選ぶ。

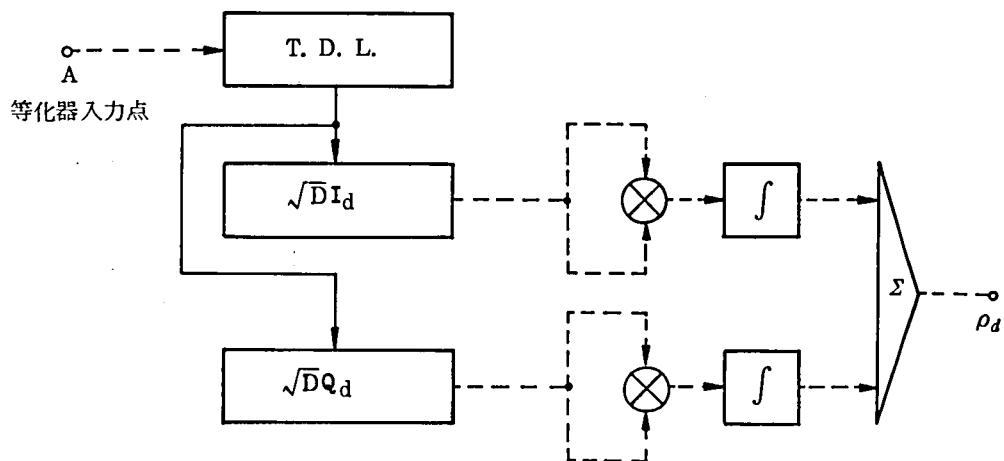


図 4 - 4 ρ_d を求める 1 つの方法

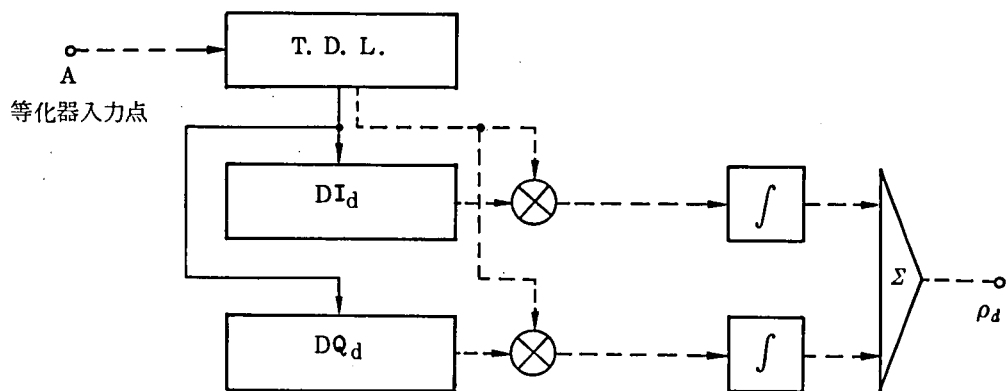


図 4 - 5 ρ_d を求める他の 1 つの方法

フリケンシサンプリング形係数行列の場合

$$I_{dj} = \frac{1}{\sqrt{N-1}} \cos \frac{d(j-A)}{N-1} \pi \quad (4-24)$$

であり

$$\mathbf{Q}_d = [Q_{d1} \ Q_{d2} \ \cdots \ Q_{dN}] \quad (4-25)$$

$$Q_{dj} = \frac{1}{\sqrt{N-1}} \sin \frac{d(j-A)}{N-1} \pi \quad (4-26)$$

である。すなわちフリケンシサンプリング形係数においては電力を求めるにはその同相，直交両電力の和をその帯域の電力とする処置が必要である。

4.7 帯域分割形等化器の複素数形への拡張

前 3.4，3.5 節で述べた複素数係数行列付等化器の知識を用いると複素数帯域分割形等化器の P 形および G 形はそれぞれ図 (4-6)，(4-7) のように書ける。⁽²⁾ 図 (4-6) 中 M_d 等は行列 \mathbf{P}^{-d} 等の行数である。

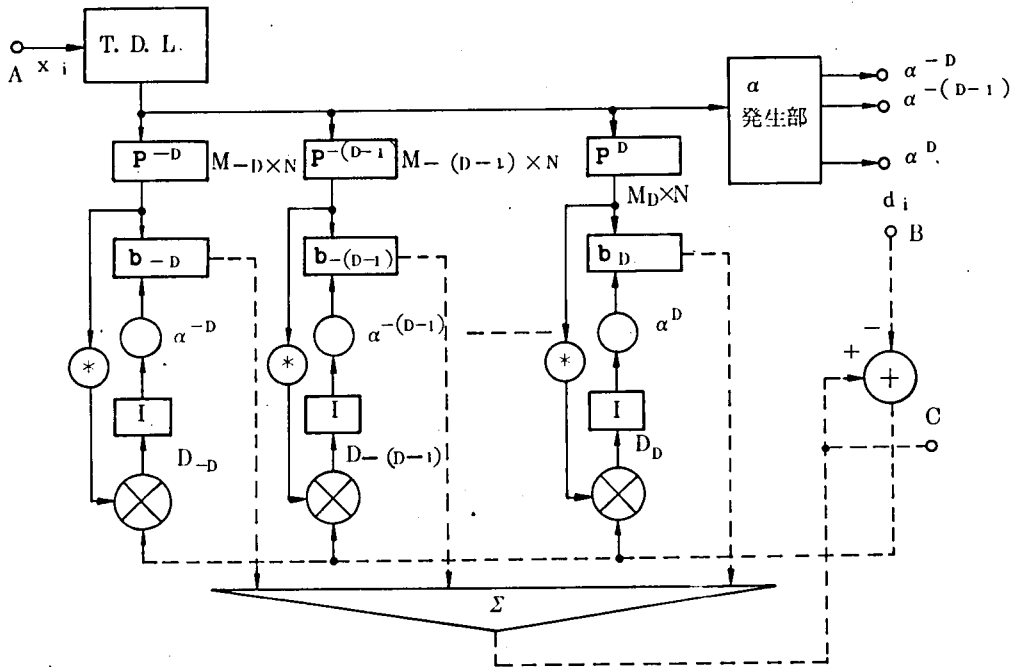


図 4-6 複素数 P 形帯域分割形等化器の構成図

$$x_{m,n}^d = \frac{1}{\pi(n-m)} \sin \frac{\pi(m-n)}{2D} e^{j \frac{\pi(2d+1)}{2D}(m-n)} \quad (4-29)$$

となるものであり、複号は式(4-28)と同じとり方をする。

フリケンシサンプリング形係数行列の場合、第 d 帯域用の係数行列を式(4-9)と同じく \mathbf{F}_N^d とよぶことにすると \mathbf{F}_N^d は

$$\mathbf{F}_N^d = [f_1^d, f_2^d, \dots, f_N^d] \quad (4-30)$$

という 1 行 N 列の行列となる。但し、

$$f_j^d = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} e^{j \frac{d(j-1)}{N-1} \pi} \quad (d=1 \dots N-1)$$

$$f_j^d = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} e^{j \frac{(d-1)(j-1)}{N-1} \pi} \quad (d=-(N-1) \dots -1) \quad (4-31)$$

式(4-31)は

$$f_j^d = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} e^{j \frac{d(j-1)}{N-1} \pi} \quad (d=-(N-2) \dots 0 \dots (N-1)) \quad (4-31)'$$

とも書ける。これらからわかるようにフリケンシサンプリング形係数行列の場合は D は $(N-1)$ である。同じく

$$\mathbf{F}_N^{dT} \bar{\mathbf{F}}_N^d = \mathbf{Y}_{NN}^d \quad (4-32)$$

の関係にある \mathbf{Y}_{NN}^d の第 m, n 要素 y_{mn}^d は

$$y_{mn}^d = \frac{1}{2(N-1)} e^{j \frac{d(m-n)}{N-1} \pi} \quad (d=-(N-2) \dots (N-1)) \quad (4-33)$$

の形をとる。以上で複素数帯域分割形等化器本体の説明を終わり、次にパラメータ (α^d) 又は ρ_d を計算する部分について述べる。

図(4-8)、(4-9)がこれの図である。タイムサンプリング形係数行列の場合 \mathbf{I}_d は実数形と同じく式(4-27)の $f_d'(j)$ となり \mathbf{Q}_d は 0 であり、フリケンシサンプリング形では同じく \mathbf{I}_d は式(4-31)' で与えられる f_j^d を要素とする 1 行 N 列行列であり、 \mathbf{Q}_d の第 j 列要素 q_j^d は

$$q_j^d = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} e^{j \frac{d(j-1)+\frac{1}{2}}{N-1} \pi} \quad (d=-(N-2) \dots (N-1)) \quad (4-34)$$

で与えられる。

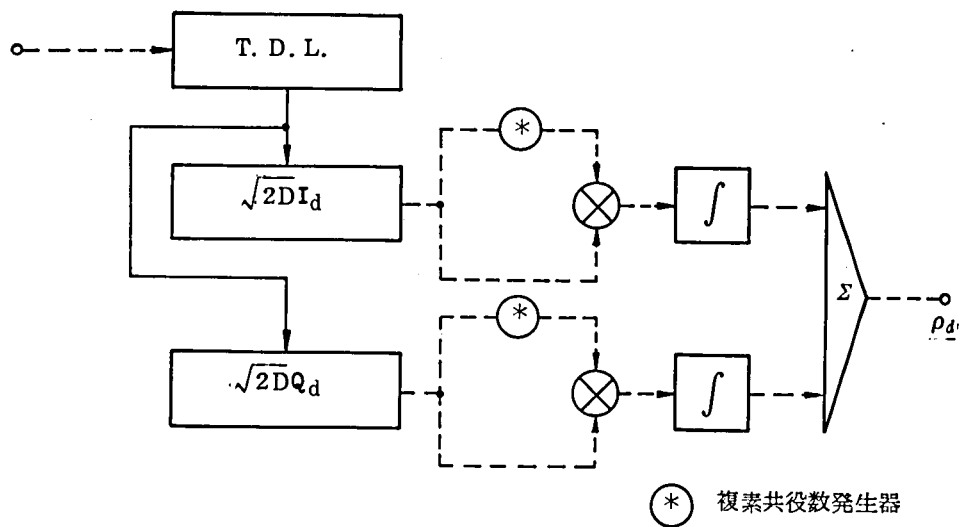


図 4 - 8 複素数形等化器における ρ_d を求める 1 つの方法

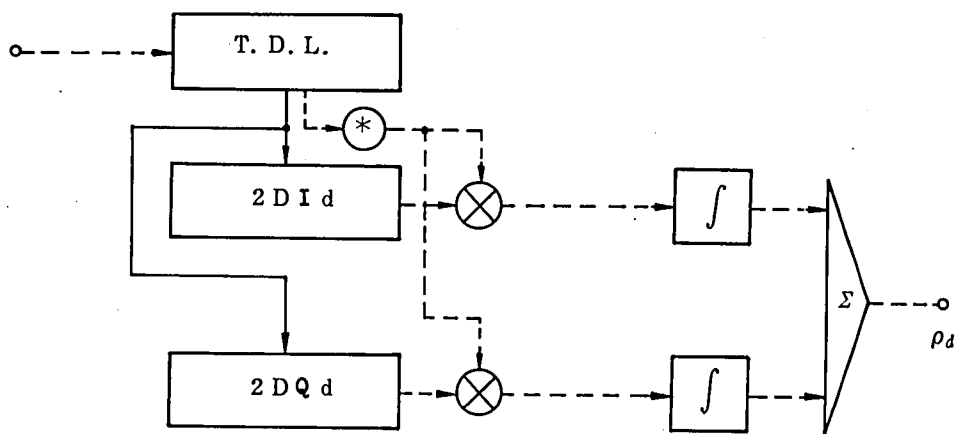


図 4 - 9 複素数形等化器における ρ_d を求める他の 1 つの方法

4.8 シミュレーション結果

ここでは等化器の収斂状態に関する計算機シミュレーション結果について述べる。⁽²³⁾ 実数形等化器、複素数形等化器の両方に関する結果を述べる。前記の両形式に対して、夫々タイムサンプリング、フリケンシサンプリングの両系統の係数行列を適用する。試験用被等化回線は、実数形等化器においては、その回線を用いた際の等価基底帯域伝送路に関するA行列固有値の最大値と最小値の比が1.117の“特性の良い”回線と同じく18.36の“特性の悪い”回線の2つを用い、複素数形等化器においては、その等価基底帯域複素数伝送路の電力スペクトル密度の最大値と最小値の比が4.5であり周波数の正負に対し特性が対称な“特性の良い”回線と、同じく9.5であり、負周波数側に電力スペクトル密度のピークがある“特性の悪い”回線の2つを用いた。

用いた等化器はすべて31タップのものであり、帯域分割形においてはすべてG形のものである。シミュレーションは上記回線特性の下で周期31のPN系列を用い、特に複素数形等化器においては同一系列における同時変調を行った。勿論積分期間もPN系列の周期と一致させた。図(4-10)、(4-11)が夫々“特性の良い”回線および“特性の悪い”回線における実数形等化器の収斂状況である。又図(4-12)、(4-13)が夫々“特性の良い”回線および“特性の悪い”回線における複素数形等化器の収斂状況である。図(4-10)に示す特性は、“特性の良い”回線をタイムサンプリング系列4分割等化器で等化した結果である。“特性の良い”回線の場合はどのような方法でもほぼ同様な良い収斂が得られる。図(4-11)においてタイムサンプリング系列16分割($\alpha^{\frac{1}{16}}$)と記した曲線は、D=16の場合において図(4-4)又は図(4-5)の構成より求められる

$\rho_d (d=1 \cdots 16)$ のうちこれらの平均値 ρ_m より小さいものについては、

$$\rho'_d = \rho_d \sqrt[4]{\frac{\rho_d}{\rho_m}} \quad (4-35)$$

を計算し、これを ρ_d の代わりに用いて式(4-18)より得た α^d により調整を行った結果である。タイムサンプリング系列16分割(1回目 α 、2回目

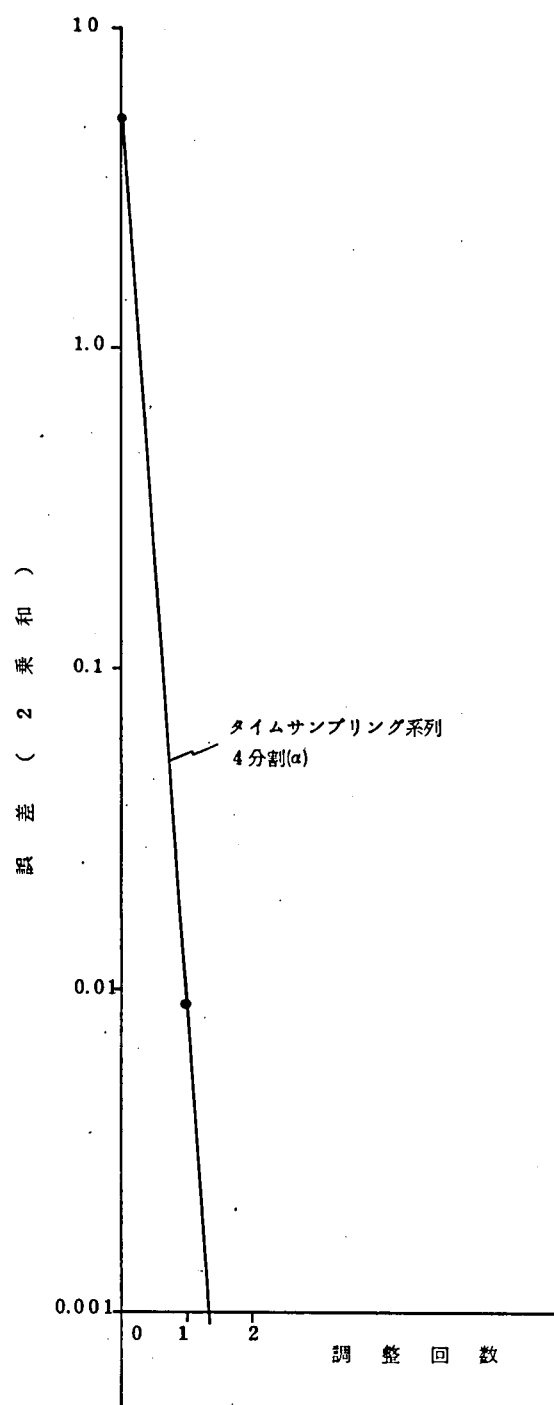


図 4-10 実数形帯域分割形等化器の収斂状況
(特性の良い回線)

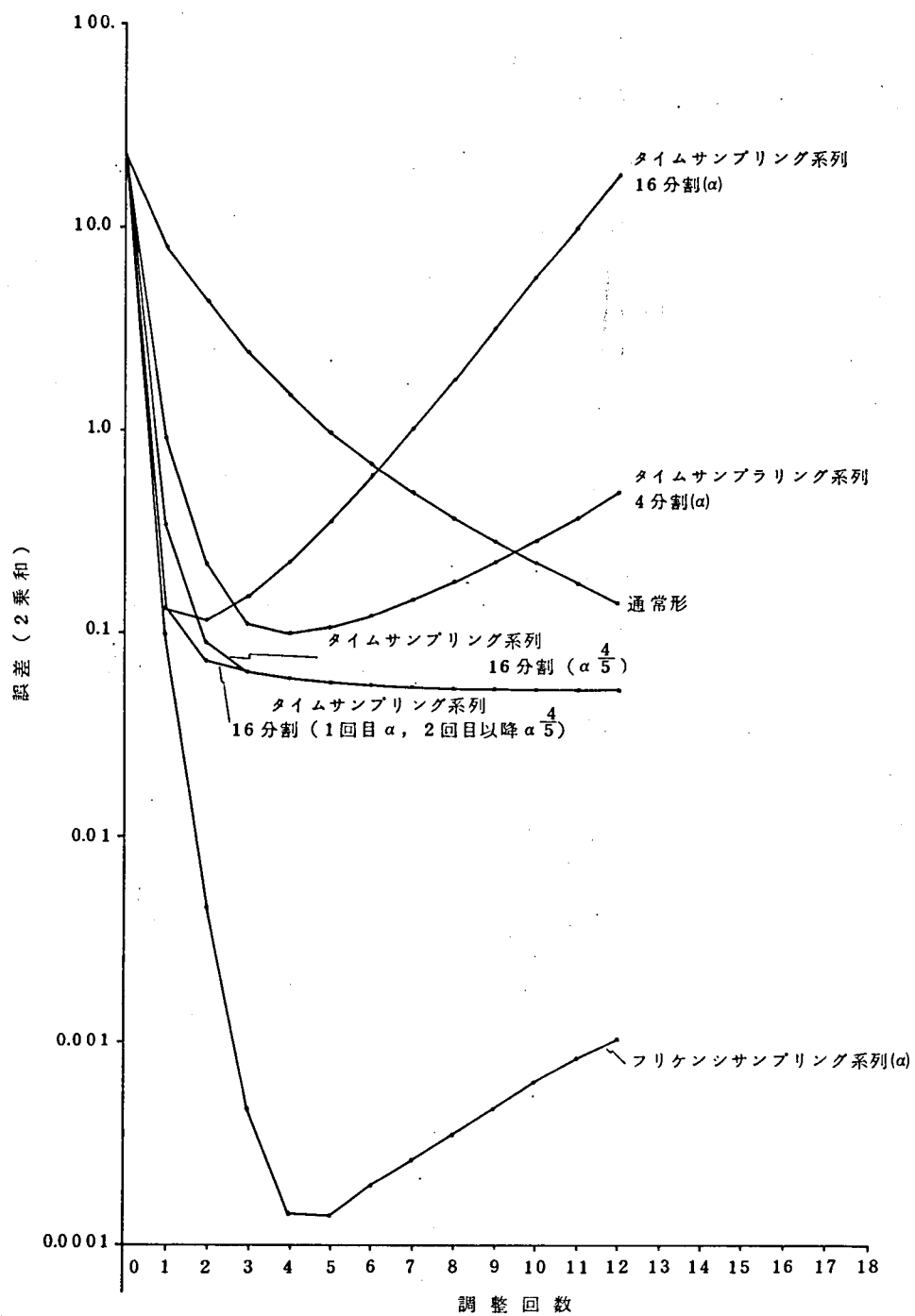


図 4-11 実数形帯域分割形等化器の収斂状況
(特性の悪い回線)

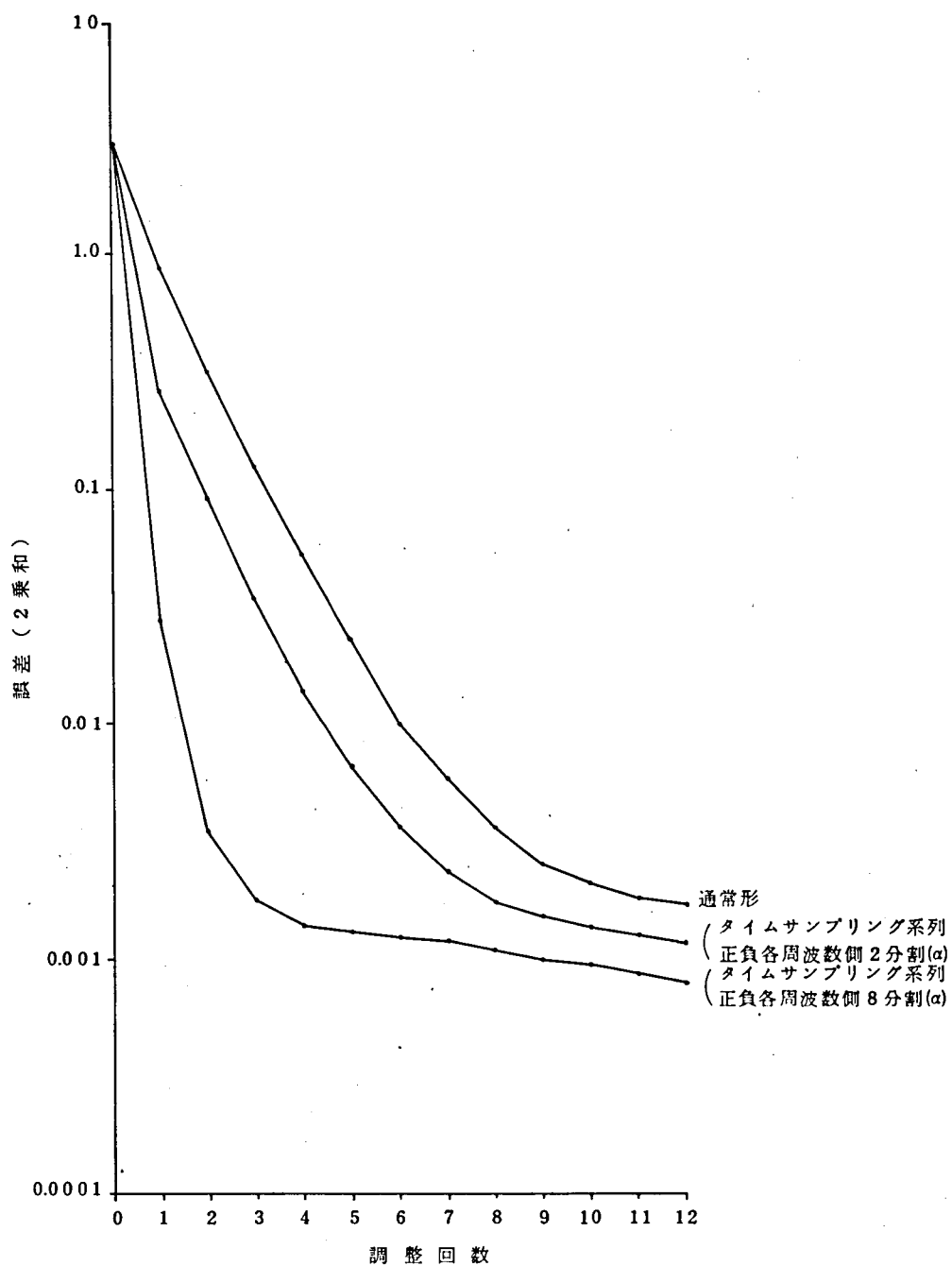


図 4 - 12 複素数形帯域分割形等化器の収斂状況
(特性の良い回線)

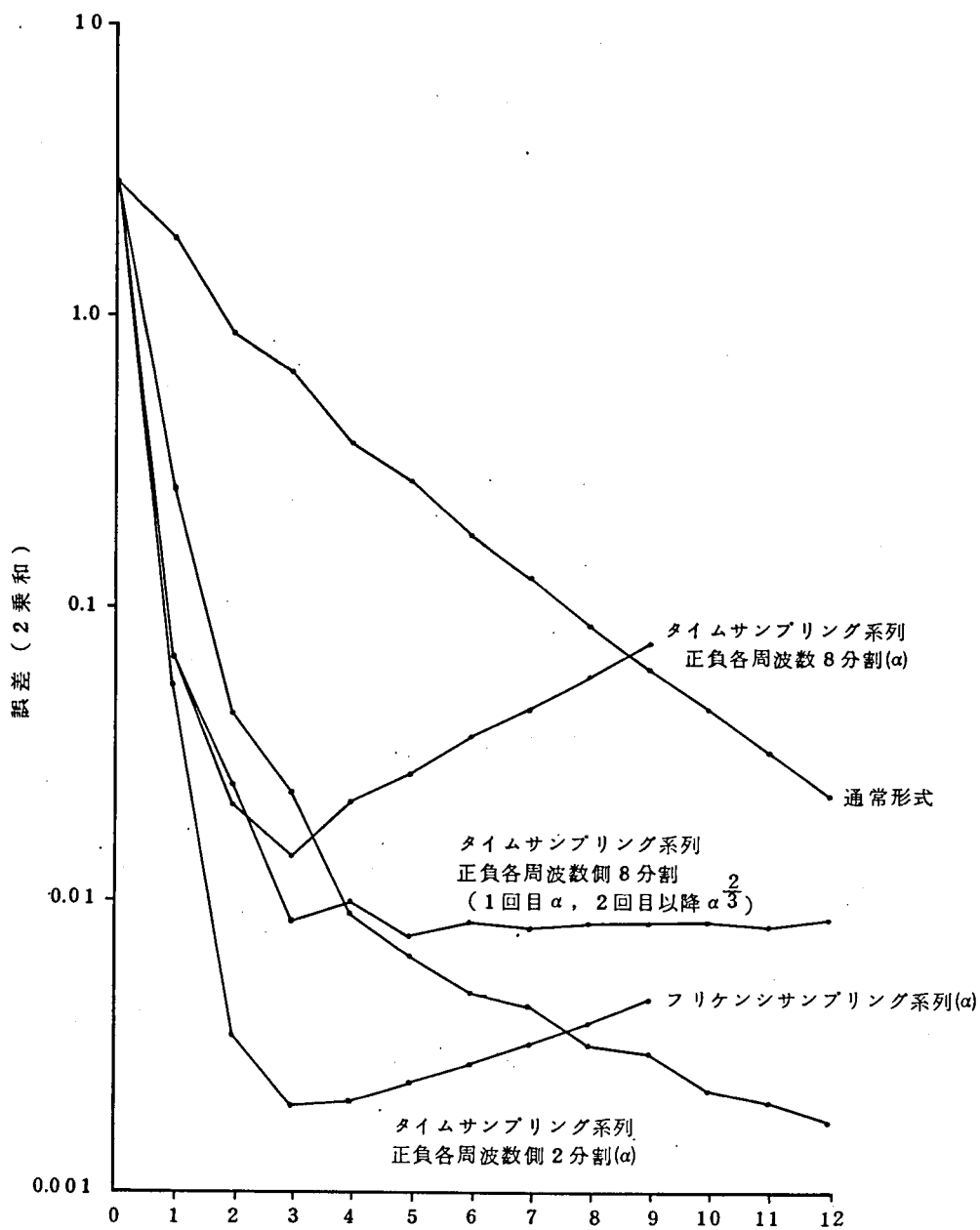


図 4-13 複素数形帯域分割形等化器の収斂状況
(特性の悪い回線)

以降 (α^d) と記した曲線は 1 回目の調整は ρ_d を式 (4-18) に適用した α^d で調整を行い、2 回目以降は ρ_d を用いて得た α で調整を行った結果である。勿論 16 分割 (α) と記した曲線は図 (4-4), (4-5) より得た ρ_d をそのまま用いて計算した α の値を用いて調整を行った結果である。

図 (4-10) ~ (4-13) を通じ、 $|\alpha|$ に対するべき乗の表示を含めて上に示した例のような記法を用いる。この操作は、帯域分割関数の不完全さのために信号勢力の小さい部分帯域へ勢力の大きい部分帯域の信号勢力がもれ込むことにより等化器が発散しやすくなるのを防ぐため、信号勢力の小さい部分帯域の α^d をあらかじめ少し小さくするための処置である。タイムサンプリング系列においては 16 分割程度の細分割の方が、4 分割程度のあらゐ分割よりも初期の収斂特性が良い。何れの場合も通常形よりも収斂が非常に速く、ほぼ 1 回の調整でデータ伝送ができる程度にまで収斂している。式 (4-35) を用いた両曲線は完全に収斂に向っているが他の 2 つは発散に向って行く。フリケンシサンプリング系列の初期の収斂は非常に良く、次章で述べるように演算手数が少ないこととあいまって係数行列付等化器の主流をなす系列になると思われる。次に図 (4-12) について説明する。

実数形等化器の 16 分割に相当する 8 分割のものが分割のあらゐものより良い特性を示している。収斂速度はこのような良い回線においてさえも通常形の 4 倍程度である。ここではフリケンシサンプリング系列に関するシミュレーションは行わなかった。図 (4-13) において、やはりフリケンシサンプリング系列が良い特性を示しており、1 回の調整でほぼデータ伝送が開始できる程度に収斂している。この場合帯域分割形各種間の性能の差はあまりない。

4.9 結 言

等化器の取り扱い周波数帯域を分割し、各帯域に最適の調整係数 α を用いて等化を行う帯域分割形等化器の導入を行い、この等化器がほぼ 1 回の調整動作後、データ伝送可能な程度に収斂することを示した。⁽²³⁾⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾

帯域分割形等化器として、実数、複素数両形について示し、又係数行列に

関してタイムサンプリング、フリケンシサンプリングの2系列を示した。

第 5 章 係数行列の演算手数軽減

5.1 序 言

係数行列を自動等化器に適用すると等化器の収斂が速くなるが、このためには係数行列の演算が必要であり、この手数が相当大きくなり、このままでは実用的な等化器が構成できない。このため係数行列の演算手数を何らかの方法で小さくしなければならない。その手法をこの章では 2 つ導入する。^(四)

5.2 FFT を用いた帯域分割行列の演算手数軽減

帯域分割形自動等化器の係数行列は、周波数領域上において同じ周波数選択形状の濾波器が等間隔に並んでいる構成となっており、FFT が導入しやすい構成となっている。先ずこの形式の係数行列の演算手数軽減について述べる。FFT の性質上複素数形等化器への導入が考えやすいのでこれについて先に述べる。まずタイムサンプリング形について述べる。図 (4-7) の構成の $G_{NN}^d (d = -D, \dots, -1, 1, \dots, D)$ に対してその要素が式 (4-29) で与えられる $X_{NN}^d (X^d$ と略す) を代入した構成における点 D より E までを以下述べるように変形して行く。式 (4-29) は

$$\begin{aligned} x_{m,n}^d &= \frac{1}{\pi(n-m)} \sin \frac{\pi(m-n)}{2D} e^{j \frac{\pi(2d+1)}{2D}(m-n)} \quad (d = -D \dots D-1) \\ &= \frac{1}{\pi(n-m)} \sin \frac{\pi(m-n)}{2D} e^{j \frac{\pi}{2D}(m-n)} \cdot e^{j \frac{\pi d}{D}(m-n)} \\ &= Z_{mn} e^{j \frac{\pi d}{D}(m-n)} \quad (d = -D \dots D-1) \quad (5-1) \end{aligned}$$

と書ける。但し

$$Z_{mn} = \frac{1}{\pi(n-m)} \sin \frac{\pi(m-n)}{2D} e^{j \frac{\pi}{2D}(m-n)} \quad (5-2)$$

である。この場合図 (4-7) の点 D より E 迄の行列を G_T とおくと

$$\begin{aligned}
G_T &= \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d \begin{bmatrix} Z_{11} e^{j \frac{\pi d}{D} (1-1)}, Z_{12} e^{j \frac{\pi d}{D} (1-2)}, \dots, Z_{1N} e^{j \frac{\pi d}{D} (1-N)} \\ Z_{21} e^{j \frac{\pi d}{D} (2-1)}, Z_{22} e^{j \frac{\pi d}{D} (2-2)}, \dots, Z_{2N} e^{j \frac{\pi d}{D} (2-N)} \\ \dots \dots \dots \\ Z_{N1} e^{j \frac{\pi d}{D} (N-1)}, Z_{N2} e^{j \frac{\pi d}{D} (N-2)}, \dots, Z_{NN} e^{j \frac{\pi d}{D} (N-N)} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{11} e^{j \frac{\pi d}{D} (1-1)}, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{12} e^{j \frac{\pi d}{D} (1-2)}, \dots, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{1N} e^{j \frac{\pi d}{D} (1-N)} \\ \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{21} e^{j \frac{\pi d}{D} (2-1)}, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{22} e^{j \frac{\pi d}{D} (2-2)}, \dots, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{2N} e^{j \frac{\pi d}{D} (2-N)} \\ \dots \dots \dots \\ \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{N1} e^{j \frac{\pi d}{D} (N-1)}, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{N2} e^{j \frac{\pi d}{D} (N-2)}, \dots, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{NN} e^{j \frac{\pi d}{D} (N-N)} \end{bmatrix} \quad (5-3)
\end{aligned}$$

となる。式 (5-3) の第 m 行を $G_{T,m}$ とおき、これの演算について考察して行く。

$$\begin{aligned}
G_{T,m} &= \left[\sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{m1} e^{j \frac{\pi d}{D} (m-1)}, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{m2} e^{j \frac{\pi d}{D} (m-2)}, \dots, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d Z_{mN} e^{j \frac{\pi d}{D} (m-N)} \right] \\
&= \left[\sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d e^{j \frac{\pi d}{D} (m-1)}, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d e^{j \frac{\pi d}{D} (m-2)}, \dots, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d e^{j \frac{\pi d}{D} (m-N)} \right] \begin{bmatrix} Z_{m,1} & & 0 \\ & Z_{m,2} & \\ 0 & & Z_{m,N} \end{bmatrix} \\
&= \left[\sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d e^{j \frac{\pi d}{D} (0)}, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d e^{j \frac{\pi d}{D} (-1)}, \dots, \sum_{d=-D}^{D-1} \alpha^d e^{j \frac{\pi d}{D} (-2D+1)} \right] Y_m Z_m \quad (5-4)
\end{aligned}$$

但し

$$Y_m = \begin{bmatrix} 0 & I_{2D} \cdots I_{2D} & I_{(N-m+1) \cdot 2D} \\ I_{m-1} & & 0 \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

$$Z_m = \begin{bmatrix} Z_{m,1} & & 0 \\ 0 & Z_{m,2} & \dots & Z_{m,N} \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

である。ここで I_k (k は整数) は k 行 k 列の単位行列をあらわし $[\]_{2D}$ は $\text{mod. } 2D$ をとることをあらわす。式 (5-4) は更に変形されて

$$\begin{aligned}
G_{T,m} &= \left[\alpha^{-D} \alpha^{-D+1} \dots \alpha^{D-1} \right] \begin{bmatrix} e^{j \frac{\pi(-D)}{D}(-0)}, e^{j \frac{\pi(-D)}{D}(-1)}, \dots, e^{j \frac{\pi(-D)}{D}(-2D+1)} \\ e^{j \frac{\pi(-D+1)}{D}(-0)}, e^{j \frac{\pi(-D+1)}{D}(-1)}, \dots, e^{j \frac{\pi(-D+1)}{D}(-2D+1)} \\ \dots \dots \dots \\ e^{j \frac{\pi(D-1)}{D}(-0)}, e^{j \frac{\pi(D-1)}{D}(-1)}, \dots, e^{j \frac{\pi(D-1)}{D}(-2D+1)} \end{bmatrix} Y_m Z_m \\
&= \left[\alpha^{-D} \alpha^{-D+1} \dots \alpha^{D-1} \right] \begin{bmatrix} e^{j \frac{\pi(D)}{D}(-0)}, e^{j \frac{\pi(0)}{D}(-1)}, & e^{j \frac{\pi(0)}{D}(-2D+1)} \\ e^{j \frac{\pi(1)}{D}(-0)}, e^{j \frac{\pi(1)}{D}(-1)} & e^{j \frac{\pi(1)}{D}(-2D+1)} \\ \dots \dots \dots \\ e^{j \frac{\pi(2D+1)}{D}(-0)}, e^{j \frac{\pi(2D+1)}{D}(-1)}, e^{j \frac{\pi(2D+1)}{D}(-2D+1)} \end{bmatrix} \\
&\quad \times \begin{bmatrix} e^{j \frac{\pi(-D)}{D}(-0)} & & & & 0 \\ & e^{j \frac{\pi(-D)}{2D}(-1)} & & & \\ & & \ddots & & \\ 0 & & & e^{j \frac{\pi(D)}{D}(-2D+1)} & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} \times Y_m Z_m \quad (5-7)
\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}
W_{2D} &= \begin{bmatrix} e^{-j \frac{\pi(0)}{D}(0)}, \dots, e^{-j \frac{\pi(0)}{D}(2D+1)} \\ \dots \dots \dots \\ e^{-j \frac{\pi(2D-1)}{D}(0)}, \dots, e^{-j \frac{\pi(2D-1)}{D}(2D-1)} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} W^{0 \times 0}, \dots, W^{0 \times (2D-1)} \\ \dots \dots \dots \\ W^{(2D-1) \times 0}, \dots, W^{(2D-1)(2D-1)} \end{bmatrix} \quad (5-8)
\end{aligned}$$

$$W = e^{-j \frac{\pi}{D}} \quad (5-9)$$

但し、

$$\begin{aligned}
\bar{\alpha} &= [\alpha^{-D} \dots \alpha^{D-1}] \\
m &= \begin{bmatrix} e^{j \frac{\pi(-D)}{D}(0)} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 0 & & \\ & & & e^{j \frac{\pi(-D)}{D}(-2D+1)} & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1)^0 & & & & 0 \\ & (-1)^1 & & & \\ 0 & & \ddots & & \\ & & & (-1)^{2D+1} & \end{bmatrix} \quad (5-10)
\end{aligned}$$

とおくと

$$G_{T,m} = \bar{\alpha} W_{2D} m Y_m Z_m \quad (5-11)$$

と書ける。式(5-11)は各 $m(m=1\cdots N)$ のどれに関しても成立する。ここで W_{2D} の演算にはFFT(高速フーリエ変換)の演算法がそのまま用いられる。 $G_{T,m}$ 出力は1本の線より成り、これは式(5-3)の演算の過程より、点B出力を構成するN本のリードの中の第m番目のリード出力を与えるものとなる。このような理由により図(4-7)の構成は図(5-1)のように変形できる。

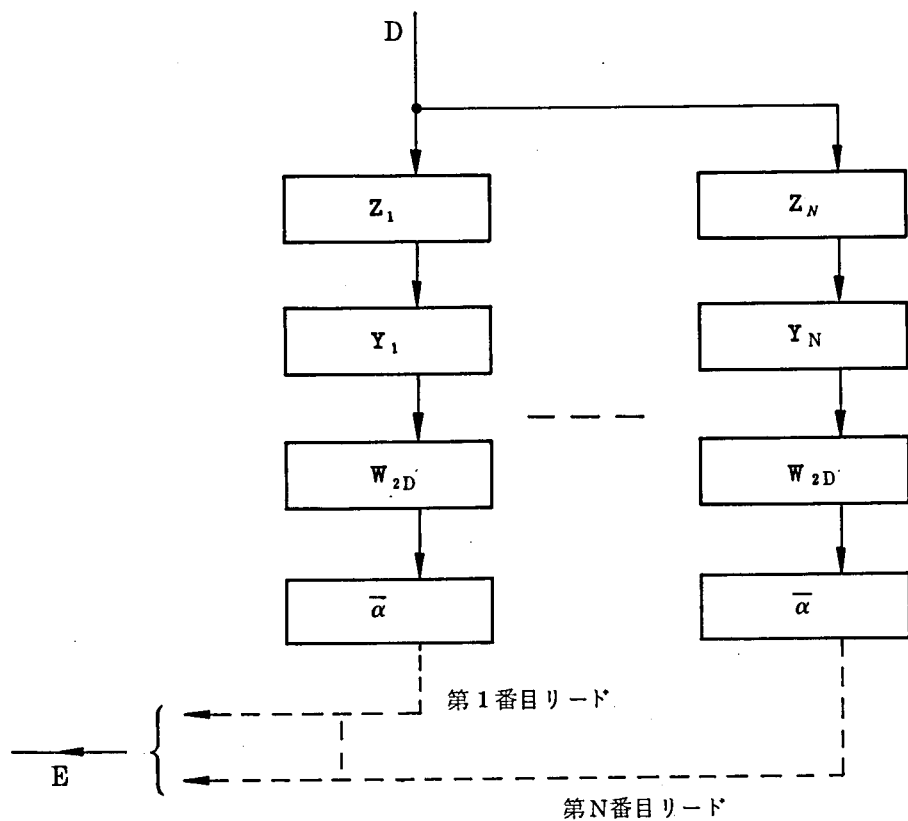


図5-1 複素G形タイムサンプリング帯域分割形
等化器の演算手数軽減のための変形

以上がタイムサンプリング系列の係数行列の演算手数軽減法であるが、フリケンシサンプリング系列においてもほぼ同様の考察の結果、図(4-7)のDE間が図(5-2)のように変形できる。図(5-2)中の行列はすべて $N \times N$ 行列である。この図における W は式(5-8)中の2Dが N 、式(5-9)中のDが $N-1$ となった形式である。 $\bar{\alpha}^+ \bar{\alpha}^-$ はその対角要素が夫々 $\alpha^0 \dots \alpha^{(N-1)}$ および $\alpha^{-(N-1)} \dots \alpha^0$ の $N \times N$ 対角行列となる。この場合どちらかの α^0 および $\alpha^{-(N-1)}$ は0に変更する。又 Q^m は

$$Q^m = \begin{bmatrix} e^{j \frac{(m-1) \times 0}{N-1} \pi} & & & 0 \\ & e^{j \frac{(m-1) \times 1}{N-1} \pi} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & e^{j \frac{(m-1) \times (N-1)}{N-1} \pi} \end{bmatrix} \quad (5-12)$$

の $N \times N$ 行列である。又図中における m は式(5-10)中の2Dが N に変更になった $N \times N$ 行列であり $\times(-1)^0$ 等の記号は全リードにこのスカラ量を乗ずることを示す。

以上述べたようにタイムサンプリング系列、フリケンシサンプリング系列何れの場合もFFT演算を W_{2D} 、 W の計算に導入でき、演算手数軽減ができる。

以上4.7節より本節まで複素数形行列付等化器に関して主に述べてきた。演算手数軽減された実数形等化器用係数行列は、式(5-3)、(5-4)において $\alpha^d = \alpha^{-d}$ とおくことにより得られる。このように実数形等化器用係数行列は複素数形等化器用係数行列の縮退された形で得られるので、特に改めて取り上げない。

ここで本節で述べた各種方法を中心とする種々の形式の等化器に対する演算手数、収斂特性の比較を行う。演算手数は最も手数のかかる乗算で代表させ、1回のタップ重み変更に必要な N サンプルの処理に必要な回数を示し、これには同じくFFTを適用した α の計算に必要な電力測定の手数を含めることにする。この手数は実数、複素数両形等化器につき同じである。但し、実数形の場合は実数演算の回数を示す。表5-1にその結果を示す。

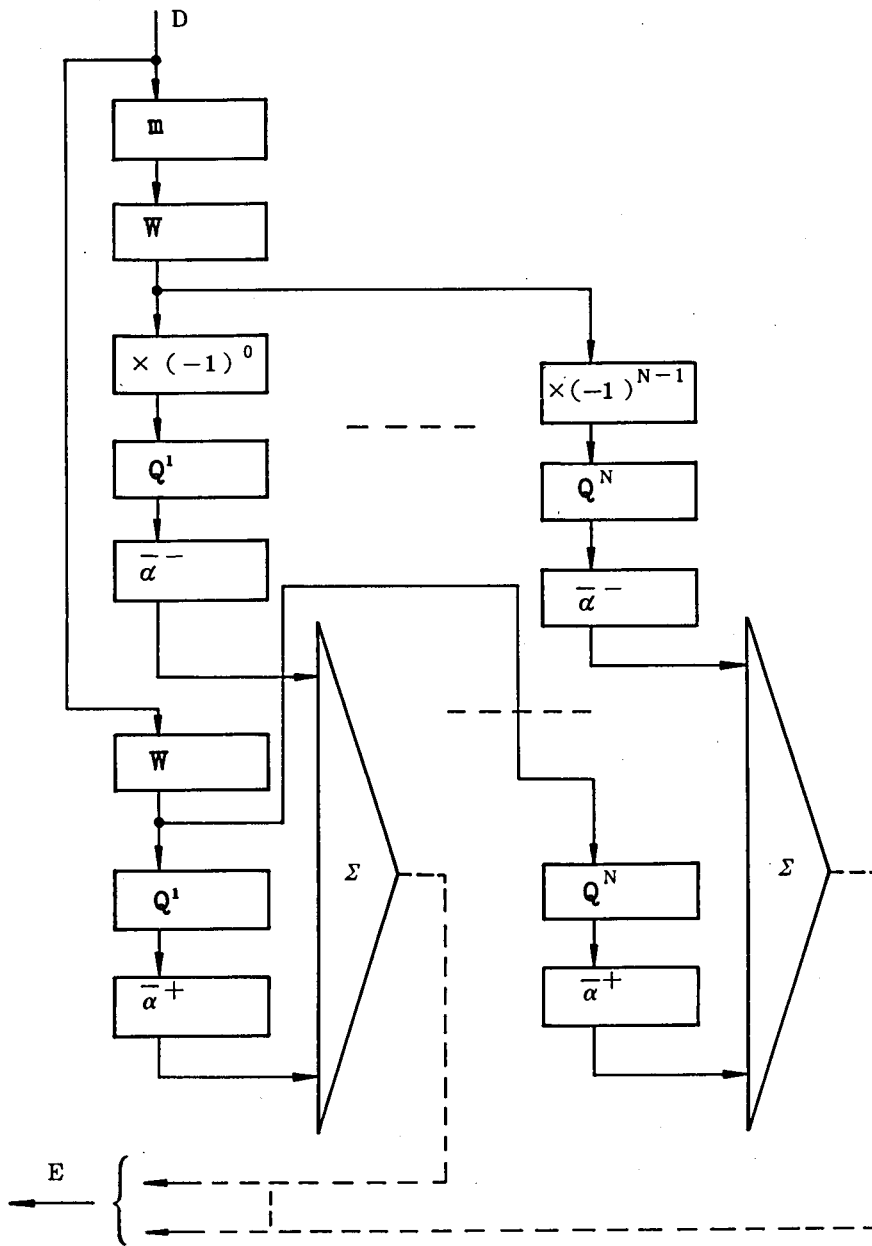


図 5 - 2 複素 G 形フリケンシサンプリング
等化器の演算手数軽減のため変形

等 化 器 種 別	乗 算 手 数	収 斂 状 況
A：通常のミーンスクエア形等化器 (最適 α を用いた場合)	$2N^2 + N$ (1953)	12
B：演算手数軽減を行わない、タイムサブリング系列の係数行列を用いた帯域分割形等化器 (G形)	$4DN^2 + 2N^2$ (63426)	1
C：演算手数軽減を行ったタイムサブリング系列の係数行列を用いた帯域分割形等化器 (G形)	$4N^2 + 4ND \cdot \log_2 2D + 2ND$ (14756)	1
D：演算手数軽減を行ったフリケンシサブリング系列の係数行列を用いた帯域分割形等化器 (G形)	$4N^2 + 6N \log_2 N$ (4774)	1
E：Walzman ⁽¹⁵⁾ 他の形式の等化器	$8N \log_2 2N + N^2 + 3N$ (2542)	12

表 5 - 1 各種自動等化器の演算手数と収斂状況を示す表

ここで演算手数の欄のこの中の数値は $N = 31$, $d = 16$ の時の値を示す。収斂状況は等化器 E の資料入手の関係上回線の自己相関行列 A の最大固有値と最小固有値の比が 18 付近の実数形等化器の誤差電力が $1/100$ になるまでのタップ重み調整回数で示した。等化器 E は手法は違うが、本論文と同じく FFT を用いた手法の例として選んだものであり等化器 A とほとんど同じ演算手数でしかも最適パラメータを自動計算しながら動作する等化器である。¹⁵⁾

等化器 E は等化器入力、出力、タップ重みをまず DFT することにより周波数領域上ですべての変数をあらわし、この領域において実数通常形自動等化器と非常に良く似たアルゴリズムにより最適タップ重みの周波数領域表現を求め、これをその後時間領域にもどし最適タップ重みを求めようとする手法である。この手法は変数に種々の制限をつけねばならないため手法が複雑になるという欠点があるが反面式 (2 - 17) の A に相当する周

波数領域上の表現が対角行列になること、タップ重み調整係数が入力周波数特性がわかっているため簡単に求まることなどの長所が実数通常形等化器に比べてある。

次に等化器 C と D の比較を行う。等化器 C に用いられている係数行列は $\frac{\sin x}{x}$ (x はあの変数) の形のタップ重みをもつ低域トランスバーサルフィルタを基本としており周波数帯域を矩形に分割する戸波器として働く。又このため D を N の $1/2$ 以上には大きくできない。

等化器 D に用いられる係数行列は矩形状のタップ重みをもつ低域トランスバーサルフィルタを基本としており周波数帯域が $\frac{\sin x}{x}$ の形の関数でサンプリングする戸波器として働く。これらは帯域分割を行う伝達関数の両極端をなすものであり、これら以外の関数はこれらの中間の動作を示すものと思われる。それらの中で等化器 D に用いられている行列以上に簡単な形式のものはないと思われるので、又収斂状況も等化器 C に比べてやや良いところから、帯域分割形等化器を構成する場合はフリケンシサンプリング系列の係数行列を用いるのが最善であると思われる。

5.3 行列の対称性を用いた一般の係数行列の演算手数軽減

ここでは Chang が導入した P 形、および吉田、野中らが導入した G 形の一般的な形の実数形行列の演算手数軽減について述べる。実数形等化器において回線特性がわかっている場合、その回線に合った一般的な形式の係数行列を用いることができるが、そのような係数行列に対し、ここで述べる演算手数軽減法は有効である。⁽²⁵⁾⁽²⁷⁾

ここで述べる行列の対称性を用いた係数行列の演算手数軽減法は実数係数行列付等化器にのみ適用される。これが複素数形等化器に適用されない理由は本節の最後で述べる。このため、等化器で取り扱う数はすべて実数となる。まず遅延タップ数 N が偶数の場合について考える。

さてこのような場合、双対称行列である P 行列を u とよぶことにするとそれは

$$u = \begin{bmatrix} \bar{\alpha} & \bar{\beta} \\ \bar{\beta}^T P & \bar{\alpha}^T P \end{bmatrix} \quad (5-13)$$

と書ける。このように今後ゴシック体文字と共にバーが上部についた文字でベクトル又は行列を示すものとする。式(5-13)の列数は勿論Nに等しく偶数である。行数も偶数であることは自明である。行列Pは逆対角に1が並び、他の要素が0の $\frac{N}{2}$ 行 $\frac{N}{2}$ 列の行列である。これは

$$PP = I$$

の性質をもつ。Iは勿論単位行列である。Pは式(3-1)等に於けるPと区別するため小文字とする。式(2-5)が実数行列の場合、式(2-17)よりAは対称行列であり、又Nが偶数の場合

$$A = \begin{bmatrix} s & TP \\ PT^T & Psp \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

と書けることがわかる。但し、ここでs, T両者とも対称行列であるという条件がつく。以下ことわりなく今迄あらわれた複素数に関する式を複素共役値をとる～の記号を無視して順次用いることにする。式(3-69)のb'に式(3-60)のb'_{opt}を代入したものは係数行列Pを用いて得た固定タップ出力に対する重みb'の最適値を遅延素子列出力に対する重みbに翻訳したものである。この場合のbをb_{opt}と初めの添字に係数行列名を細字に変えたものを用いてあらわすことにする。すると

$$b_{p, opt} = P^T [PAP^T]^{-1} Pv \quad (5-16)$$

を得る。又、

$$x = [\bar{\alpha} - \bar{\beta}P, \bar{\beta} - \bar{\alpha}P] = [\bar{\alpha} - \bar{\beta}P] [I, -P] \quad (5-17)$$

$$y = [\bar{\alpha} + \bar{\beta}P, \bar{\beta} + \bar{\alpha}P] = [\bar{\alpha} + \bar{\beta}P] [I, -P] \quad (5-18)$$

$$w = \begin{bmatrix} \bar{\alpha} - \bar{\beta}P & \bar{\beta} - \bar{\alpha}P \\ \bar{\alpha} + \bar{\beta}P & \bar{\beta} + \bar{\alpha}P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha} - \bar{\beta}P & O \\ O & \bar{\alpha} + \bar{\beta}P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I, -P \\ I, P \end{bmatrix} \quad (5-19)$$

とおき、 $b_{u, opt}, b_{x, opt}, b_{y, opt}, b_{w, opt}$ の関係式(5-15)

をも用いて求めると、

$$b_{u, opt} = b_{x, opt} + b_{y, opt} = b_{w, opt} \quad (5-20)$$

の関係が得られる。このことは行列uをP行列にもつ等化器とwをP行列

にもつ等化器は同じ最終収斂伝達関数を与え、これは \mathbf{x} および \mathbf{y} を各々 P 行列としてもつ2つの等化器の並列接続の最終収斂伝達関数と等しいことを示す。ここで

$$2 \begin{pmatrix} \sqrt{2} \mathbf{I}, -\sqrt{2} \mathbf{I} \\ -\sqrt{2} \mathbf{I}, \sqrt{2} \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{u} \mathbf{A} \mathbf{u}^T \begin{pmatrix} \sqrt{2} \mathbf{I}, \sqrt{2} \mathbf{I} \\ -\sqrt{2} \mathbf{I}, \sqrt{2} \mathbf{I} \end{pmatrix} = \mathbf{w} \mathbf{A} \mathbf{w}^T \quad (5-21)$$

の関係がある。左辺かっこ中の変換は相似変換であるので $\mathbf{w} \mathbf{A} \mathbf{w}^T$ の各固有値は対応する $\mathbf{u} \mathbf{A} \mathbf{u}^T$ のその2倍の値をもつ。係数行列 \mathbf{P} をもつ等化器の収斂に関する式は (3-65) であり $\mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{P}^T$ の固有値のバラツキにより収斂度が決定される。この意味で \mathbf{u} を P 行列にもつ等化器と \mathbf{w} を P 行列にもつ等化器の収斂速度は等しい。式 (5-20) により最終収斂時における伝達関数も等しい。 \mathbf{x} 又は \mathbf{y} を P 行列にもつ等化器に関して、このことについては何もいえないが同様な収斂状況を示すものと思われる。式は (5-17) ~ (5-19) にみられるように \mathbf{w} に関する乗算手数又は \mathbf{x} と \mathbf{y} における乗算手数の和は、この $1/2$ となっており乗算手数の軽減が実現されている。

ここで“互いに中心に対して対称な行の組をもつ P 行列に対応する G 行列の N が偶数の場合の性質”について考える。 G 行列とは勿論 G 形係数行列付等化器の係数行列のことである。式 (5-13) の \mathbf{u} を P 行列を選んだ場合、それに対応する G 行列 \mathbf{U} は式 (3-70) より

$$\mathbf{U} = \mathbf{u}^T \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha}^T \bar{\alpha} + \mathbf{p} \bar{\beta}^T \bar{\beta} \mathbf{p}, & \bar{\alpha}^T \bar{\beta} + \mathbf{p} \bar{\beta}^T \bar{\alpha} \mathbf{p} \\ \bar{\beta}^T \bar{\alpha} + \mathbf{p} \bar{\alpha}^T \bar{\beta} \mathbf{p}, & \bar{\beta}^T \bar{\beta} + \mathbf{p} \bar{\alpha}^T \bar{\alpha} \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (5-22)$$

で与えられる。これは両対角線に対称な行列である。

$$\bar{\alpha}^T \bar{\alpha} + \mathbf{p} \bar{\beta}^T \bar{\beta} \mathbf{p} = \mathbf{E} \quad (5-23)$$

$$\bar{\alpha}^T \bar{\beta} \mathbf{p} + \mathbf{p} \bar{\beta}^T \bar{\alpha} = \mathbf{F} \quad (5-24)$$

とみると、

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}, & \mathbf{F} \mathbf{p} \\ \mathbf{p} \mathbf{F}^T, & \mathbf{p} \mathbf{E} \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (5-25)$$

とあらわされる。但し、 \mathbf{E}, \mathbf{F} が対称行列であるという条件が加わる。行列 \mathbf{E}, \mathbf{F} の和、差も対称行列であることから

$$\mathbf{E} - \mathbf{F} = [\bar{\alpha} - \bar{\beta} \mathbf{p}]^T [\bar{\alpha} - \bar{\beta} \mathbf{p}] \quad (5-26)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{F} = [\bar{\alpha} + \bar{\beta} \mathbf{p}]^T [\bar{\alpha} + \bar{\beta} \mathbf{p}] \quad (5-27)$$

と書ける。 $\mathbf{E} - \mathbf{F}$, $\mathbf{E} + \mathbf{F}$ から各々 $\bar{\alpha} - \bar{\beta} \mathbf{p}$, $\bar{\alpha} + \bar{\beta} \mathbf{p}$ への分解は常に可能である。このように式 (5-13) の \mathbf{u} の形の P 行列が式 (5-25) の形の G 行列が与えられると必ず \mathbf{u} の形の P 行列が得られることが判明した。

式 (5-17) ~ (5-19) を式 (3-70) に夫々代入することにより、P 行列 $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}$ に対する G 行列は各々以下の式の $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{W}$ で与えられる。

$$\mathbf{X} = \mathbf{x}^T \mathbf{x} = [\mathbf{I}, -\mathbf{p}]^T [\mathbf{E} - \mathbf{F}] [\mathbf{E} - \mathbf{F}] [\mathbf{I}, -\mathbf{p}] \quad (5-28)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{y}^T \mathbf{y} = [\mathbf{I}, \mathbf{p}]^T [\mathbf{E} + \mathbf{F}] [\mathbf{E} + \mathbf{F}] [\mathbf{I}, \mathbf{p}] \quad (5-29)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{w}^T \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}, -\mathbf{p} \\ \mathbf{I}, \mathbf{p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{E} - \mathbf{F}, \mathbf{O} \\ \mathbf{O}, \mathbf{E} + \mathbf{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}, -\mathbf{p} \\ \mathbf{I}, \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (5-30)$$

式 (5-28) と (5-29) の乗算手数の和又は式 (5-30) の乗算手数が式 (5-25) のその $\frac{1}{2}$ になっており G 形等化器においても乗算手数を $\frac{1}{2}$ にできることがわかった。

実数形等化器においては実際の等価基底帯域伝送路の \mathbf{A} 行列は式 (5-15) であらわされるが、これは式 (5-25) と同じ形式のものであり、式 (5-15) の余因子行列を考えることにより $|\mathbf{A}^{-1}|$ もやはり式 (5-25) と同じ形式になることがわかる。式 (3-74) に関して述べたことにより一般に通信路等化に用いられる G 行列は式 (5-25) の形式に限られ、又 P 行列は式 (5-13) の形式に限られることになる。この意味で、ここに述べる演算手数軽減法は重要である。

次に N が奇数の場合について調べる。これに関して初めに N が偶数の場合と対応する重要な式のみを示す。式 (5-13), (5-17), (5-18), (5-19) は夫々以下の式に順次対応する。

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha} & \mathbf{a} & \bar{\beta} \\ \mathbf{b} & \mathbf{c} & \mathbf{b} \mathbf{p} \\ \bar{\beta} \mathbf{p} & \mathbf{a} & \bar{\alpha} \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (5-31)$$

$$\mathbf{x} = [\bar{\alpha} - \bar{\beta} \mathbf{p}, \mathbf{O}, \bar{\beta} - \bar{\alpha} \mathbf{p}] = [\bar{\alpha} - \bar{\beta} \mathbf{p}] [\mathbf{I}, \mathbf{O}, -\mathbf{p}] \quad (5-32)$$

$$y = \begin{bmatrix} \sqrt{2} b, \sqrt{2} c, \sqrt{2} b p \\ \bar{\alpha} + \bar{\beta} p, 2a, \bar{\beta} + \bar{\alpha} p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c, \sqrt{2} b \\ \sqrt{2} a, \bar{\alpha} + \bar{\beta} p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ I & 0 & p \end{bmatrix} \quad (5-33)$$

$$w = \begin{bmatrix} \bar{\alpha} - \bar{\beta} p & 0 & 0 \\ 0 & c & \sqrt{2} b \\ 0 & \sqrt{2} a & \bar{\alpha} + \bar{\beta} p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I, 0, -p \\ 0, \sqrt{2}, 0 \\ I, 0, p \end{bmatrix} \quad (5-34)$$

但し、 \mathbf{O} は要素が0のベクトル、 a, b は $\frac{(N-1)}{2}$ 次の各々行および列ベクトル、 c はスカラ量である。式(5-21)に対応して次の式(5-35)を得る。

$$2 \begin{bmatrix} -\sqrt{2} I, 0, -\sqrt{2} I \\ 0, 1, 0 \\ -\sqrt{2} I, 0, -\sqrt{2} I \end{bmatrix} u A u^T \begin{bmatrix} -\sqrt{2} I, 0, -\sqrt{2} I \\ 0, 1, 0 \\ -\sqrt{2} I, 0, -\sqrt{2} I \end{bmatrix} = w A w^T \quad (5-35)$$

式(5-22)～(5-25)に対応するものは以下の式(5-36)～(5-40)である。

$$U = u^T u = \begin{bmatrix} E, G p, F p \\ p G^T, H, p G^T p \\ p F^T, p G p, p E p \end{bmatrix} \quad (5-36)$$

$$E = \bar{\alpha}^T \bar{\alpha} + b^T b + p \bar{\beta}^T \bar{\beta} p \quad (5-37)$$

$$G = \bar{\alpha}^T a p + b^T c p + p \bar{\beta}^T a p \quad (5-38)$$

$$F = \bar{\alpha}^T \bar{\beta} p + b^T b + p \bar{\beta}^T \bar{\alpha} \quad (5-39)$$

$$H = 2a^T a + c c \quad (5-40)$$

となる。但し、 E, F は $\frac{(N-1)}{2}$ 行 $\frac{(N-1)}{2}$ 列の対称行列、 G は $\frac{(N-1)}{2}$ 行1列行列であり、 H はスカラ量である。式(5-26)、(5-27)に対応して夫々

$$[E - F] = [\bar{\alpha} - \bar{\beta} p]^T [\bar{\alpha} - \bar{\beta} p] \quad (5-41)$$

$$\begin{bmatrix} H, \sqrt{2} p G^T \\ \sqrt{2} G p, E + F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c, \sqrt{2} b \\ \sqrt{2} a, \bar{\alpha} + \bar{\beta} p \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} c, \sqrt{2} b \\ \sqrt{2} a, \bar{\alpha} + \bar{\beta} p \end{bmatrix} \quad (5-42)$$

が成立し、最後に式(5-28)～(5-30)に対応して

$$X = x^T x = [I, 0, -p]^T [E - F] [I, 0, -p] \quad (5-43)$$

$$Y = y^T y = \begin{bmatrix} 0, \sqrt{2}, 0 \\ I, 0, p \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H, & \sqrt{2} p G^T \\ \sqrt{2} G p, & E + F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0, \sqrt{2}, 0 \\ I, 0, p \end{bmatrix} \quad (5-44)$$

$$W = w^T w = \begin{bmatrix} I, 0, -p \\ 0, \sqrt{2}, 0 \\ I, 0, p \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E - F, 0, & 0 \\ 0, & H, & \sqrt{2} p G^T \\ 0, & \sqrt{2} G p, & E + F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I, 0, -p \\ 0, \sqrt{2}, 0 \\ I, 0, p \end{bmatrix} \quad (5-45)$$

が成立する。 N が奇数の場合でも係数行列乗算手数がほぼ半分になっていることがわかる。

なお、本節に述べた方法は複素数等化器には適用できない。その理由は取り扱う自己相関行列 A が双対称形でなく、そのため G 行列も双対称形でないからである。²³⁾

5.4 結 言

帯域分割形等化器の FFT を用いた、又一般の実数形行列の行列の対称性を用いた演算手数軽減法について述べた。特に前者については通常形等化器の僅か 2 倍強程度の演算手数以実用上有用な帯域分割形等化器が構成できることを示した。

第 6 章 タップ重み調整係数変更形等化器

6.1 序 言

1.4 節において述べた等価基低帯域伝送路インパルス応答に対応する周波数関数の電力スペクトル密度の変動に応じて α を動かしながら、遅延タップの調整を行い、ある回数の調整全体で最良の収斂を得る方法について考察する。⁽²⁴⁾⁽²⁷⁾ この考え方は以前よりあるが、ここではこれらの方法とは異なり、式 (3-35) で与えられる伝送路の自己相関行列 A の固有値の最大、最小値等の伝送路に関するパラメータの知識を必要としない方法について考察する。⁽²⁸⁾

6.2 A に関するべき乗展開

本章でも限られた長さの疑似雑音 (PN) 系列インパルスの一定間隔くり返しのような白色雑音性の反復信号が伝送路を通して等化器に入力する場合を取り扱う。以下本章において伝送路とは等価基低帯域伝送路のことを指す。

本章における考察の出発点は式 (3-45)

$$e_k = [I - \alpha_k A] e_{k-1} \quad (3-45)$$

である。上述の事柄を念頭において、式 (3-45) をくり返し用いることにより

$$e_{k+M} = \prod_{m=0}^{M-1} (I - \alpha_m A) e_k \quad (6-1)$$

を得る。 k 回目の調整後のタップ重み誤差 e_k と、その後 M 回のタップ重み調整を行った後の誤差 e_{k+M} の関係を示す式であり M 回の調整をひとまとめにあらわす式であり、本章の考察の出発点である。なお式 (6-1) において α_m は、どのようにとってもよいことに注意する。本章は M 回目の調整後の誤差電力を最小にする α_m の組を決定し、それにて等化器を動作させる方法について述べる。式 (6-1) の左より A を乗ずることにより

$$Ae_{k+M} = A \prod_{m=0}^{M-1} (I - \alpha_m A) e_k \quad (6-2)$$

が得られる。又(6-1)の両辺に式(3-39)で与えられるタイプ重み b の最適値 b_{opt} を加算することにより

$$b_{k+M} = \prod_{m=0}^{M-1} (I - \alpha_m A) e_k + b_{opt} \quad (6-3)$$

を得る。ここでもちろん b_k と e_k の間には式(3-40)が成立する。M回のタップ重み調整後のタップ重み誤差は式(6-1)であらわされるが、この時の等化器出力誤差信号 q_{k+M} は e_{k+M} と入力信号のたたみ込みによって得られることから

$$q_{k+M} = X^T \prod_{m=0}^{M-1} (I - \alpha_m A) e_k \quad (6-4)$$

となる。但し、 X は式(2-5)を複素数に拡張したものである。この誤差は電圧値で示されているので、等化器出力誤差電力の入力1周期でもあり、 q_{k+M} の次元数でもあるDの値のサンプル数ひ間にわたる積分値

E_{k+M} は

$$E_{k+M} = q_{k+M}^T q_{k+M} = e_k^T \prod_{m=0}^{M-1} (I - \alpha_m A) \tilde{X} X^T \prod_{m=0}^{M-1} (I - \alpha_m A) e_k \quad (6-5)$$

となる。これは又式(3-46)、(3-47)において e_0 の代わりに e_k を代入したものと同じ量である。以上は広く知られた議論であるが、以下章の主題であるタップ重み調整係数変更形等化器を導入するために A に関する、べき乗展開をとることを行う。

式(6-1)を A のべき乗に展開すると

$$e_{k+M} = \left(\sum_{l=0}^M a_l A^l \right) e_k \quad (6-6)$$

を得る。ここで $a_l (0 \leq l \leq M)$ は $-\alpha_m$ に関する2項展開形の係数で

$a_0 = 1, a_1 = \sum_{m=0}^{M-1} \alpha_m$ などの値をとる。又式(6-2)、(6-4)に対応して

$$Ae_{k+M} = \left(\sum_{l=0}^M a_l A^{l+1} \right) e_k \quad (6-7)$$

$$q_{k+M} = X^T \left(\sum_{l=0}^M a_l A^l \right) e_k \quad (6-8)$$

を得る。

本章におけるタップ重み調整動作は式(6-6)を基本とするものであり、これに対し通常の等化器は式(6-1)を基本とするものである。

$X^T e_k$ はどのようなものかを考えると、これは式(2-5)に含まれ、式(2-9)で与えられる入力時間系列 x_i とタップ重み誤差ベクトル e_k のたたみ込みであって等化器出力誤差の時間関数に相当しD元ベクトルである。次に $\tilde{X}X^T e_k$ 、すなわち Ae_k はN元ベクトルであって、その第S行はS番目のタップ出力と $X^T e_k$ の相互相関値に相当し、これは各タップ毎に計測できる量である。これで Ae_k が定量化される。

次に $A^2 e_k = (\tilde{X}X^T) Ae_k$ について考察する。 $X^T Ae_k$ は入力時間系列 x_i と Ae_k の値をもつタップ重みベクトルのたたみ込みである。

$\tilde{X}X^T Ae_k$ の第S行も上記と同様S番目のタップ出力と $X^T Ae_k$ の相互相関値であって、これも各タップ毎に計測できる量である。このように

$$(\tilde{X}X^T)^l e_k = A^l e_k \quad \text{が次々に求められる。}$$

次に式(6-5)を項別展開した時得られる各項の物理的意味について述べる。これらは係数を除くと

$$\tilde{e}_k^T A^l \tilde{X}X^T A^m e_k \quad (l, m = -0, 1, \dots, M) \quad (6-9)$$

の形をしている。これは2つの列ベクトル $X^T A^l e_k$ と $X^T A^m e_k$ の相互相関値としての物理的意味をもち、これは $X^T A^m e_k$ などが計測できるので求めることができる。ここで特に注意すべき点は、

$$\tilde{e}_k^T A^l \tilde{X}X^T A^m e_k = \tilde{e}_k^T A^{l'} \tilde{X}X^T A^{m'} e_k \quad (6-10)$$

$$(l+m = l'+m')$$

が成り立つことである。これは式(3-35)より自明である。式(6-9)の形式の値が求まると式(6-5)は $\alpha_0 \dots \alpha_{M-1}$ の関数又は次節で説明するように $\alpha_0 \dots \alpha_{M-1}$ の関数の関数となり、 E_{k+M} をこれらの変数で偏微分することにより E_{k+M} を最適にする最適の変数値が得られる。次節で

は上述した E_{k+M} の関数としての性質、これを最小にする変数に関して述べ、更に 6.4 節では今迄述べた $A'e_k, X^T A'e_k$ などを求めるハードウェアおよびその動作について述べる。

6.3 E_{k+M} の性質

先ず E_{k+M} の α_m の関数としての性質を調べる。式 (6-5) および式 (3-46)、(3-47) より

$$E_{k+M} = \sum_{i=1}^M (\bar{e}_k^T u_i) (\bar{e}_k^T \bar{u}_i) \lambda_i \left[\prod_{m=0}^{M-1} (1 - \alpha_m \lambda_i)^2 \right] \quad (6-11)$$

が得られる。ここで u_i は式 (3-47) の直後に示したように式 (3-35) で与えられる A の i 番目の固有ベクトル、 λ_i はそれに対応する固有値である。ここで $\left. \frac{\partial E_{k+M}}{\partial \alpha_m} \right|_{\alpha_m=0} \quad (m=0, \dots, M-1)$ を求めてみる。

$$\left. \frac{\partial E_{k+M}}{\partial \alpha_m} \right|_{\alpha_m=0} = -2 \sum_{i=1}^N (\bar{e}_k^T u_i) (\bar{e}_k^T \bar{u}_i) \lambda_i \prod_{t=0}^{M-1} (1 - \alpha_t \lambda_i)^2 \quad (6-12)$$

となり負の値をもつ。次に

$$\alpha_m = r \cos \theta_m \quad (6-13)$$

$$\sum_{m=0}^{M-1} \alpha_m^2 = r^2 \quad (6-14)$$

のように変数変換を行い、以下の演算を行う。

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\partial E_{k+M}}{\partial r} &= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\partial}{\partial r} \sum_{i=1}^N (\bar{e}_k^T u_i) (\bar{e}_k^T \bar{u}_i) \lambda_i \left[\prod_{m=0}^{M-1} (1 - r \lambda_m \cos \theta_m)^2 \right] \\ &= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\partial}{\partial r} \sum_{i=1}^N (\bar{e}_k^T u_i) (\bar{e}_k^T \bar{u}_i) \lambda_i \frac{\pi^{M-1}}{m=0} (r \lambda_m \cos \theta_m)^2 \\ &= 2M \sum_{i=1}^N (\bar{e}_k^T u_i) (\bar{e}_k^T \bar{u}_i) \lambda_i \frac{\pi^{M-1}}{m=0} (\lambda_m \cos \theta_m)^2 r^{2M-1} \quad (6-15) \end{aligned}$$

となり、これは正の値をとる。以上を総合すると E_{k+M} を $|\alpha_m|$

$(m=0, \dots, M-1)$ を座標とする M 次元ユークリッド空間上に定義し、 α_m の各座標軸および半径無限大の球面にて限られる $\alpha_m > 0$ における部分空間を考える時、境界における E_{k+M} の勾配はその部分空間の内側に向う方向に対して負の値を示すことが証明される。又、 E_{k+M} はその形式からみて α_m についての連続微分可能な関数であるので E_{k+M} はこのような部分空間内で必ず極小値をもつ。

すなわち有限の $\alpha_m (\alpha_m > 0, M = 0 \cdots, M-1)$ において必ず極小値をもつ。このことは等化器に関する物理的イメージと一致している。

ここで E_{k+M} の極小値について考える。 E_{k+M} の極小値は

$$\frac{\partial E_{k+M}}{\partial \alpha_m} = 0 \quad (m = 0, \cdots, M-1) \quad (6-16)$$

の連立方程式を解いて求めることもできるが、式 (6-6) の展開式を用いて a_l の関数として

$$\begin{aligned} E_{k+M} &= \tilde{e}_k^T \left(\sum_{l=0}^M a_l A^l \right) A \left(\sum_{l=0}^M a_l A^l \right) e_k \\ &= \tilde{e}_k^T A \left(\sum_{l=0}^M a_l A^l \right)^2 e_k \end{aligned} \quad (6-17)$$

で表し、まず E_{k+M} に極値を与える a_l を求めるのが途中の過程が簡単になり、有利である。式 (6-17) を a_l (l は $l = 1, \cdots, M$ の値をとる整数) について偏微分すると

$$\frac{\partial E_{k+M}}{\partial a_l} = 2 \tilde{e}_k^T A^{l+1} \left(\sum_{s=0}^M a_s A^s \right) e_k \quad (6-18)$$

を得る。

$$\tilde{e}_k^T A^{P+1} e_k = b_p, \quad (P \text{ は整数}) \quad (6-19)$$

とおく。もちろん b_p はスカラ量である。すると

$$\frac{\partial E_{k+M}}{\partial a_l} = 0 \quad (l = 1, \cdots, M) \quad (6-20)$$

を連立させると、これは次式 (6-21) のような連立方程式で表される。これを a_1, \cdots, a_M について解けばよい。式 (6-21) の正方行列は M 行 M 列であり、右上～左下方向の各要素が等しいものであり対称行列である。

$$\begin{bmatrix} b_2 & b_3 & \cdots & b_M & b_{M+1} \\ b_3 & b_4 & \cdots & b_{M+1} & b_{M+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_M & b_{M+1} & \cdots & b_{M+M-2} & b_{M+M-1} \\ b_{M+1} & b_{M+2} & \cdots & b_{M+M-1} & b_{2M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_M \end{bmatrix} \quad (6-21)$$

ここで

$$\prod_{m=0}^{M-1} (v - \alpha_m) = 0 \quad (6-22)$$

である変数 v についての方程式を導入する。これは α_m ($m=0, \dots, M-1$) の M 個の根をもつ。式 (6-22) を展開すると

$$\sum_{l=0}^M a_l v^l = 0 \quad (6-23)$$

が得られる。このため式 (6-21) で得た a_l ($l=1, \dots, M$) を 1 である a_0 と共に式 (6-22) に代入し、 v についての M 次方程式を解くと α_m ($m=0, \dots, M-1$) の組としての M 個の根が得られる。 E_{k+M} は α_m の関数としてみた場合 $\alpha_0 = \alpha_m \cdots \alpha_{M-1}$ の直線に対して対称な関数である。従って式 (6-22) の M 個の根を $\alpha_0, \dots, \alpha_{M-1}$ に割り当てる $M!$ 個のあらゆる組み合わせの点において E_{k+1} は極値、又は鞍点の特異点をとる。これらの特異点が極小であり、しかもそれを与える α_m ($m=0, \dots, M-1$) が正であることを以下証明する。

本節はじめに述べたところにより E_{k+M} は α_m の正の領域において少なくとも 1 つの極小値をもつ。それらの極小値のうち特定の 1 つについて考えると、それはほかに特異点がないところから式 (6-22) の根を

α_m ($m=0, \dots, M-1$) に割り当てる方法のうちのどれか 1 つと合致する。このことから直ちに式 (6-22) の根はすべて正であることがいえる。又 E_{k+M} の上述の対称性を考えると上記のすべての $M!$ 個の点は極小値であることが証明され、結局上記命題が証明されたことになる。 $M=2$ の場合は $\alpha_0 > \alpha_1$ として

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{b_2 b_4 - b_3^2} + \sqrt{\left(\frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{b_2 b_4 - b_3^2} \right)^2 - 4 \left(\frac{b_3 b_1 - b_2^2}{b_2 b_4 - b_3^2} \right)} \right\}^{-1} \\ \alpha_0 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{b_2 b_4 - b_3^2} - \sqrt{\left(\frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{b_2 b_4 - b_3^2} \right)^2 - 4 \left(\frac{b_3 b_1 - b_2^2}{b_2 b_4 - b_3^2} \right)} \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (6-24)$$

$M=1$ の場合は

$$\alpha_0 = \frac{b_1}{b_2} \quad (6-25)$$

となる。これらの α の値が正の実数であることは本節にて証明した。

6.4 ハードウェア構成および動作

図(6-1)が本章の等化器のハードウェア構成である。この等化器は通常の等化器のM回のタップ重み調整と同等な調整を一括して最適に行う形式である。この回数を本章では今後単位反復回数とよぶことにする。

以下図(6-1)の等化器の動作について述べる。スイッチSを切り離れた状態の、付加演算部を用いない場合についてまず述べる。等化器の動作は循環的であるが説明の便宜上、 b, Xb, Ae の各レジスタの変更が終り、これらのレジスタには夫々 $b_k, X^T b_k, Ae_k$ が収容され、次に XAe レジスタおよび A^2e レジスタの変更を行おうとする時刻を時間の起点にとる。

この時刻に式(2-9)に示すとおりの継続サンプル数Dの x_i よりなり1回の入力系列(ここでは入力バーストとよぶ)が入力点より入る。これ以後の動作については6.2節にてその物理的意味を示した。この入力バーストと Ae レジスタに貯えられた Ae_k との、たたみ込みが行われ

$X^T Ae_k$ が発生し、これが順次 XAe レジスタに貯えられる。又これと同時に $X^T Ae_k$ と通常等化器のタップ付遅延線の各出力と同じ働きをする遅延素子列の各出力が乗算され、各値は積分器においてバースト入力サンプル数Dにわたり積分される。この積分器出力が A^2e_k であり、 A^2e レジスタに入出される。以下入力バーストが来る毎に同様な操作が行われ、順次

$X^T A^2e_k, A^3e_k$ などの値が求まり、対応する XA^2e, A^3e レジスタなどが更新されていく。M回のバースト入力後は $X^T A^M e_k$ および $A^{M+1}e_k$ の値まで求まり、それらは夫々 $XA^M e$ および $A^{M+1}e$ レジスタに収容される。この直後に、次の入力バーストが来るまでに α 計算器が働く。本章の等化器の通常の構成においては α_m ではなく、 α_i を発生するものであるが、等化用パラメータを α で代表させ、そのようによぶことにする。

式(3-3)で与えた b_{opt} に関し

$$X^T b_{opt} = d \quad (6-26)$$

であることは自明である。但し d は正しい出力系列 d_i を要素とするベクトルである。式(6-26)と式(6-1)、(6-3)より

$$X^T b_k - d = X^T e_k \quad (6-27)$$

が求まる。そこで先ず Xb レジスタおよび d レジスタの内容より $X^T e_k$ を求める。次に、このようにして求めた $X^T e_k$ および各 $XA^m e$ レジスタ ($1 \leq m \leq M$) に貯えられた $X^T A^m e_k$ の各値相互の内積をとることにより式 (6-19) に示される b_p を求める。この際式 (6-10) に注意する。ここで $XA^m e$ レジスタなどから α_i 計算器への径路は図 (6-1) においては煩雑になるので示していない。次に式 (6-21) を用いて a_l ($1 \leq l \leq M$) を求める。これら a_l を夫々式 (6-1)、(6-6)、(6-6) および (6-7) に代入して b_{k+M} , $X^T b_{k+M}$, Ae_{k+M} を求める操作を図 (6-1) の右上の部分で行い、 b , Xb , Ae 各レジスタの更新を行う。以上でこの等化器は時間の起点の状態に戻った。以下これを繰り返して最適化動作を続ける。

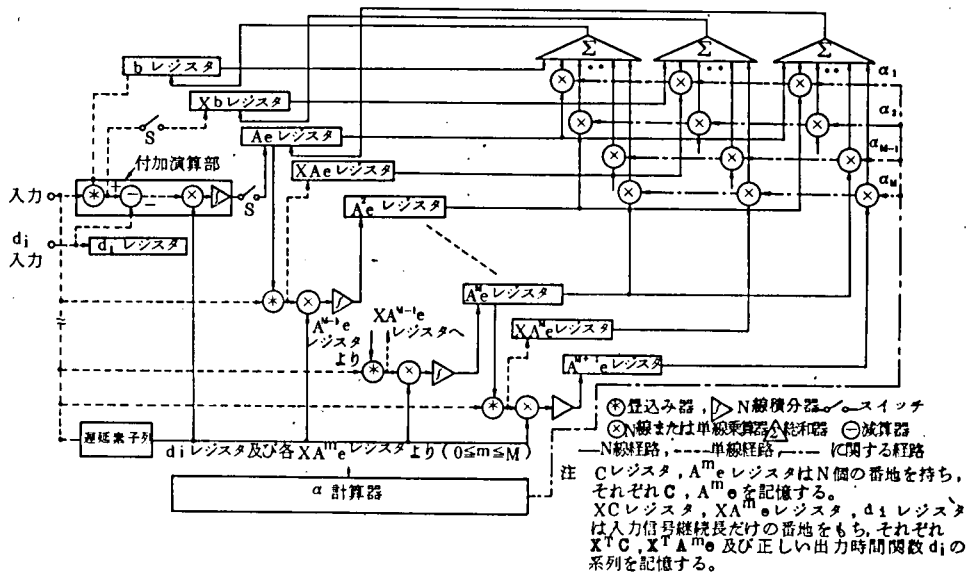


図 6-1 タップ重み調整係数変更形等化器の構成図。

次に付加演算部の演算について述べる。これはスイッチ S を投入することにより動作する。この部分は今迄述べた等化器動作に先立って等化器動

作の初期において働く。初期においては b レジスタのみに初期値として人為的に入力した値があり、 Xb レジスタ、 Ae レジスタには値がないからこれに値を入れるために働く。この等化器の初期動作時にはこのように1回余分のバーストが必要である。そのほかこの部分は等化器動作中に b レジスタ、 Xb および Ae レジスタの関連を保つために適宜働かせることもできる。

以上みてきたように、この等化器においては付加演算部および α 計算器を除けば通常等化器の M 回タップ重み調整と同じ動作を同じ入力バースト回数および演算手数で行える。又それは 6.3 節で示したとおり最適に行える。なお収斂動作が終り、実際のデータ信号を等化器に通すには、例えば b レジスタの値を通常等化器のタップ重みとして転送して行う。

次に本章にて述べた基本的手法の簡単な応用について述べる。図 (6-2) がこれの回路である。本章の基本的な方法は M を 2 以上にとり、最適な α を計算しそれで等化を行うのであるが、それとは異なり、この等化器は M を 1 にとり前回の動作において最適と判明した α で次の等化を行うものである。このようにすると $M=1$ の最適等化とほぼ同様の性能が得られる。図 (6-2) において右下方のシフトレジスタ、 α 計算器およびスイッチ以外は通常等化器と同じである。この等化器において等化動作の第 1 回目はスイッチを上方 a 側に倒してあらかじめ与えた α でタップ重み調整を行い、その結果を右下方の回路で観測する。 α 計算器には入力バーストと同じ長さのシフトレジスタの働きで、上方の径路から $X^T e_k$ が、下方の径路から $\alpha X^T A e_k$ が入力されるのでこれから最適 α を式 (6-19)、(6-25) で計算する。2 回目以降はスイッチを下方 b 側に倒して同様な動作を続ければよい。

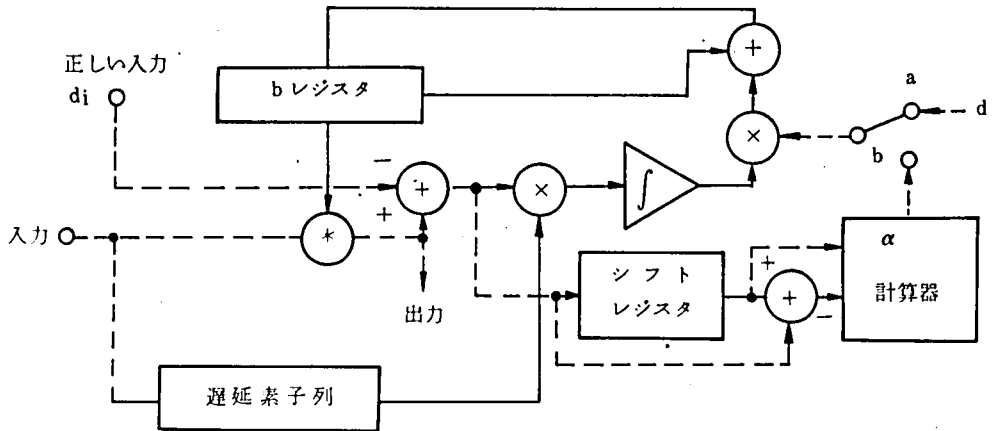


図 6-2 タップ重み調整係数変更形等化器
基本的手法の一応用例の図

6.5 A 行列の固有値の最大、最小値の推定および

その等化器動作への応用

まず A 行列の固有値の最大、最小値の推定について述べる。^{24) 27)}ここでは式 (6-24) を出発点として、Schoenfeld らが与えた誤差のチェビシェフ制御の理論を導入して式 (3-35) で与えられる行列 A の上記推定を行う方法について述べる。

Schoenfeld らは、ここで誤差減少多項式とよぶことにする $F_M(x)$ すなわち

$$F_M(x) = \prod_{m=0}^{M-1} (1 - \alpha_m x) \quad (6-28)$$

について述べ、 λ_u, λ_l を夫々行列 A の固有値の最大値および最小値とした場合、 $F_M(x)$ が $\lambda_l \leq x \leq \lambda_u$ の間でその絶対値が一定値以下となるように振動し、しかもその一定値ができるだけ小さい多項式、すなわちチェビシェフ多項式となるよう $\alpha_m (m=0, \dots, M-1)$ を決定する方法を述べ、このような α_m を用いて自動等化器のタップ重み調整を行い、M 回調整後の誤差を提案した。この時の α_m の値は

$$\alpha_m = 2 \left[(\lambda_u + \lambda_l) - (\lambda_u - \lambda_l) \cos \left\{ \frac{(2m+1)\pi}{2M} \right\} \right]^{-1} \quad (6-29)$$

である。特に $M=2$ の場合、 $\alpha_0 > \alpha_1$ として

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 2 \left[(\lambda_u + \lambda_l) + (\lambda_u - \lambda_l) \frac{1}{\sqrt{2}} \right]^{-1} \\ \alpha_0 &= 2 \left[(\lambda_u + \lambda_l) - (\lambda_u - \lambda_l) \frac{1}{\sqrt{2}} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (6-30)$$

を得る。この方法の有効性について少し調べてみる。式 (6-11) より

$$E_{k+M} = \sum_{i=1}^N (\tilde{e}_k^T u_i) (\tilde{e}_k^T \tilde{u}_i) \lambda_i (F_M(\lambda_i))^2 \quad (6-31)$$

を得る。 $F_M(x)$ をチェビシェフ多項式に選んだ場合、上式および $F_M(x)$ の形状に関する性質より以下の3つの条件が成り立てば式 (6-29) より得られる α_m は6.3節で述べた意味での最適値と同じ効果を与えることができる。すなわち

〔条件1〕 N が相当大きい、すなわち $\lambda_i (1 \leq i \leq N)$ が λ_u と λ_l の間に相当ちょう密に分布する。

〔条件2〕 λ_i が λ_u と λ_l の間に一様に分布する。

〔条件3〕 $F_M(\lambda_i)$ に対する係数 $(\tilde{e}_k^T u_i)(\tilde{e}_k^T \tilde{u}_i) \lambda_i$ が全ての i について一定で、ある λ_i の付近の重要性が特に大きくない。

上の条件1～3が成立する場合において $M=2$ の場合を考えてみる。この場合 $F_M(x)$ は2次式という単純な形となる。そのような形の最適な関数が2つ以上あるとは考えられないところから式 (6-30) で求めた値は式 (6-24) で求めた最適値と非常に近いことがいえる。式 (6-30) と式 (6-24) の α_0, α_1 を互いに等しいとおくことにより直ちに λ_u, λ_l の推定値 $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ として

$$\hat{\lambda}_u = \frac{1}{2} \left(\frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{b_3 b_1 - b_2^2} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{b_3 b_1 - b_2^2} \right)^2 - \left(\frac{b_2 b_4 - b_3^2}{b_3 b_1 - b_2^2} \right)} \quad (6-32)$$

$$\hat{\lambda}_l = \frac{1}{2} \left(\frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{b_3 b_1 - b_2^2} \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{b_3 b_1 - b_2^2} \right)^2 - \left(\frac{b_2 b_4 - b_3^2}{b_3 b_1 - b_2^2} \right)}$$

を得る。なお条件3については次の性質が存在する。すなわち式 (6-11)

に注目するタップ重み調整が6.3節で述べた意味で最適に行われた場合、それが行われる以前より条件3がより完全に満される。なぜならば E_{k+m} を小さくするためには式(6-11)において値の小さい項をある比率で小さくするよりも、値の大きい項をある比率で小さくする方が有利であるからである。

次にこの節で今迄述べてきたことの等化器動作への応用について述べる。式(6-32)で求めた $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ を λ_u, λ_l として用い、式(6-29)に代入して $\alpha_m (0 \leq m \leq M-1)$ を求めて等化器を動かせることが考えられる。この場合1.4節で述べた α 計算器の動作はどう変更されるかについて調べてみる。式(6-32)をみると $\hat{\lambda}_u$ と $\hat{\lambda}_l$ は b_4 が得られた時刻、すなわち式(6-19)にかんがみ $X^T A^2 e_k$ の値が求まる2回目のバーストが入力後求まる。その後この $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ を式(6-29)に代入して任意のMにおける α_m の値を求め、これから式(6-22)、(6-23)を用いて a_i を求め、順次各レジスタに入るべき値をレジスタに入れず直接図(6-1)の右上部にある総和器の部分に加算して行けばよい。すなわち $XA^2 e$ レジスタ以降は不要である。なお等化器の初期動作時は条件3が満たされにくいので一度 $M=2$ 程度で6.4節で述べた最適等化を行った後上述の方法を用いればよい。この場合、 $M=2$ で最適等化を行った後の b_P である $b_{PN} (P=1, \dots, 4)$ と等化前の状態から得られる

$b_P (P=1, \dots, 4)$ の間には

$$b_{PN} = b_P - 2(\alpha_0 + \alpha_1)b_{1+P} + (\alpha_0^2 + \alpha_1^2 + 4\alpha_0\alpha_1)b_{2+P} - 2\alpha_0\alpha_1(\alpha_0 + \alpha_1)b_{3+P} + \alpha_0^2\alpha_1^2 b_{4+P} \quad (6-33)$$

の関係がある。上式の b_{PN} を b_P として取り扱い、式(6-29)に代入するとより正しい $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ が求まる。 $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ を求めるには b_{4N} まで必要であるから、式(6-32)に示すとおり b_8 を与える $X^T A^4 e_k$ まで求める必要がある。この場合 $XA^5 e$ レジスタ以降は不要である。 $M=1$ で最適タップ重み調整を行った後、同じことを行った場合の式は式(6-33)の α_1 を零とおくことにより得られる。この際 α_0 は式(6-25)で与えられる。

6.6 シミュレーション結果

先ず前節で述べた λ_u, λ_l の推定に関する計算結果について述べる。計算は実際に図(6-1)の等化器を動かすのではなく、伝送路のインパルス応答 x_i より式(2-5)、(3-35)により行列 A を求め、これを式(6-19)に入れて e_k を与えて b_p を求め、これを式(6-32)に代入して行った。タップ数 N はここでは 31 に統一する。ここでのシミュレーションは実数形等化器についてのみ行い、特性の良い伝送路、すなわち

$\frac{\lambda_u}{\lambda_l}$ が 1 に近いものの例として λ_u が 1.0031、 λ_l が 0.8973 $\frac{\lambda_u}{\lambda_l}$ が 1.118 のもの、特性の悪い伝送路の例として λ_u が 2.2035、 λ_l が 0.1216、 $\frac{\lambda_u}{\lambda_l}$ が 18.121 のものを選び、これらについて考察することにする。これらの伝送路を 4.8 節と同じく“特性の良い”伝送路、“特性の悪い”伝送路とよぶことにする。なお $\sum_{i=1}^N x_i^2 = 1$ に基準化した。図(6-3)が λ_u, λ_l の推定に関する図である。横軸は式(6-19)における λ_u, λ_l の計算の出発点の e_k の添え字 k の値である。 e_k は

$$b_0^T = \underbrace{(0 \cdots 0 1 0 \cdots)}_{17} \quad (6-34)$$

を出発点として 6.3 節で述べた誤差の最小となるタップ重み調整を $M = k$ として行って得たものである。縦軸は、 λ_u, λ_l およびそれらの推定値 $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ の値である。一番上の直線は特性の悪い伝送路の λ_u を示し、その付近で変動する折線が $\hat{\lambda}_u$ の線である。同じく一番下の直線および折線が夫々特性の悪い伝送路の $\lambda_l, \hat{\lambda}_l$ である。中間の 2 つの直線は特性の良い伝送路の λ_u, λ_l を示す。この直線に対する $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ はほとんどの直線に乗り見分けがつかないので点で示してある。結果として特性の良い伝送路の場合はほぼ完全に推定が成功しており、 $\frac{\lambda_u}{\lambda_l}$ が 18.121 の特性の悪い伝送路の場合は λ_u の 1 割程の誤差を $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ 共に含んでいる。前節に述べた k が大きくなるにつれて条件 3 が満たされやすくなる効果は、 k の 0 から 1 までの変化においてあらわれているにすぎない。なおここで注意したいのは式(6-32)で求めた $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ は式(6-24)の α_0, α_1 が実数であることが証明されていることから容易に実数であることが保証

されるが、正の数である保証はないことである。結論としてこの方法は、伝送路の特性が良い場合は正しい値を与え、 $\frac{\lambda_u}{\lambda_l}$ が18程度の特性の悪い伝送路については λ_u の1割程度の誤差を含んだ推定値を与えるということがいえる。

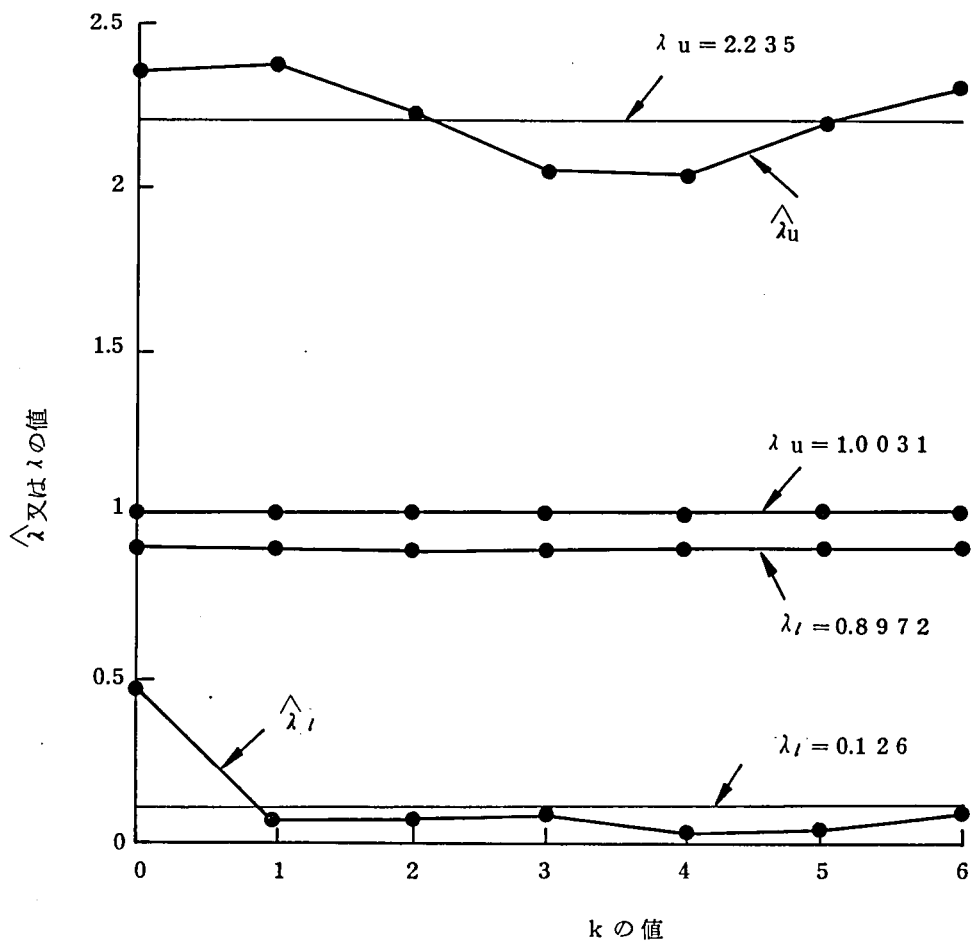


図 6 - 3 λ_u , λ_l の推定状況に関する図

次に等化器の収斂についてのシミュレーション結果について述べる。図 (6 - 4) (a) が特性の良い伝送路に対する収斂の様子である。縦軸の誤差

(2乗和)、横軸は通常形等化器についてはタップ重み調整回数、ほかの場合は単位反復回数 M をとった。誤差の計算は、 λ_u, λ_l の推定の場合と同じく等化器を動かすのではなく、 λ_u, λ_l の推定と同じ方法で b_p を求め、これを式(6-21)に代入して a_l を求め、これを式(6-17)に代入して E_{k+M} を求めるという方法で行った。

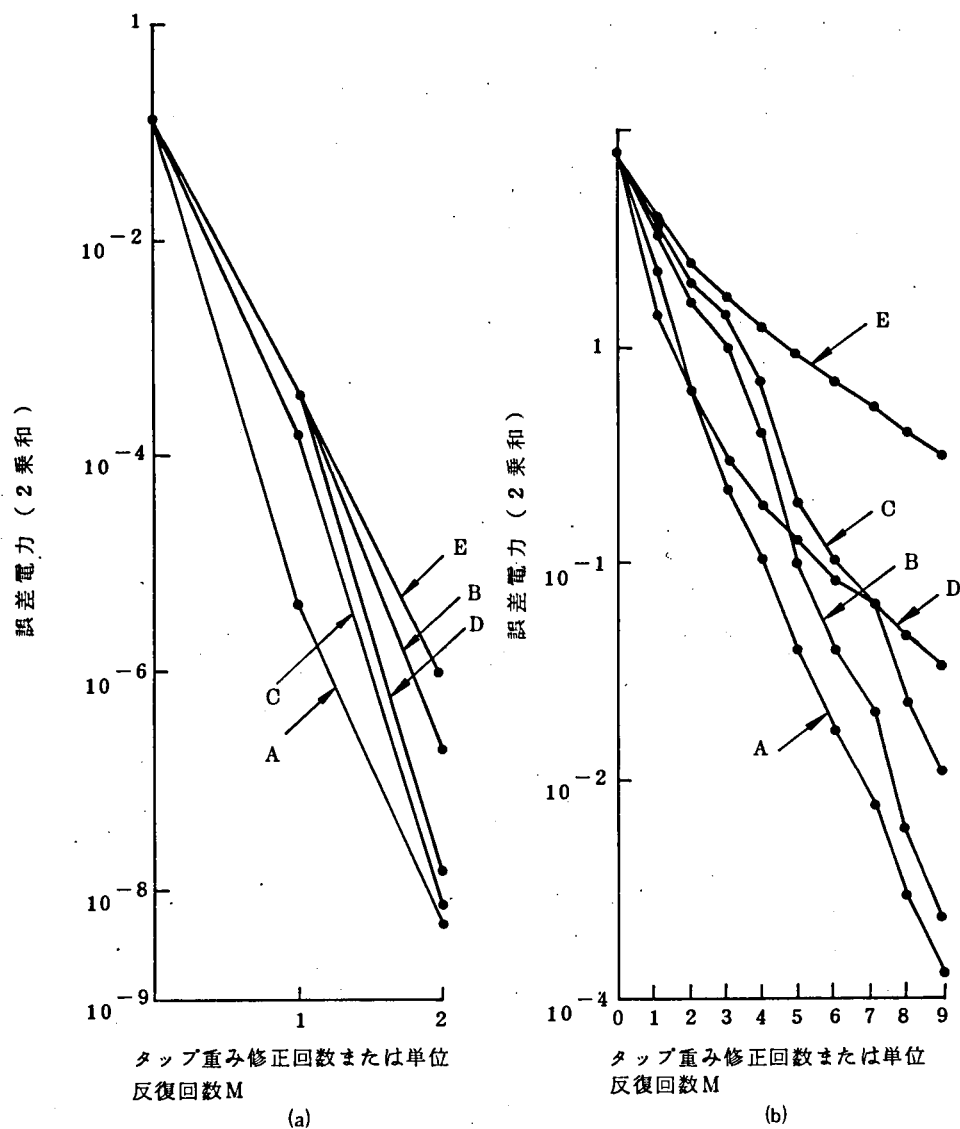


図 6-4 タップ重み調整係数変更形等化器の収斂状況

曲線Aが式(6-21)の a_l を用いた結果、Bが1.5節で述べたような $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ を用いたSchonfeldらの方法をそのまま用いた結果、Cは式(6-34)の b_0 に対応する e_0 を出発点として得た $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ すなわち図(6-3)の $k=0$ における値を用いて得た結果、Dは同じくその e_0 を出発点として式(6-33)を用いて得た $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ すなわち図(6-3)の $k=2$ における値を用いて得た結果である。Eは通常形に対する曲線で α として

$$\alpha = \frac{2}{(\lambda_u + \lambda_l)} \quad (6-35)$$

で与えられる固定のものを用いた場合である。どの曲線も収斂状態が良いが特にAが良い。

図(6-4)(b)が特性の悪い伝送路に対する収斂の様子である。各曲線に対する条件は図(6-4)(a)と同じである。この場合も曲線Aが良く、又単位反復回数Mが大きくなるとBもAに割合近付いてくるが常に誤差で3倍程度の開きがある。注目したいのは $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ を用いた曲線CおよびDがEよりもむしろAに近い良い収斂状態を示していることである。これは $\hat{\lambda}_u, \hat{\lambda}_l$ の2つの必要な情報のうちの1つ $\hat{\lambda}_u$ が比較的良い精度で求まることが $\hat{\lambda}_l$ の精度が悪いにもかかわらずある程度良い収斂をもたらすためであろう。

なお曲線C、Dに対応する方法を実際の等化器動作に用いる場合、式(6-32)が負の $\hat{\lambda}_l$ を出さないという保証はないから、例えば $\frac{\lambda_u}{\lambda_l}$ がある一定値以上又は負になった場合は $\frac{\lambda_u}{\lambda_l}$ がその一定値になるよう $\hat{\lambda}_l$ を変更するなどの処置をとる必要がある。

6.7 結 言

これまで述べてきたように、本章では自動等化器の一方式として複数回のタップ重み調整をひとまとめにして行い、その調整後の誤差を最小にする方式を示した。^{24, 27)}すなわち、この方式では等化に関するパラメータの演算が必要となるが、それらは伝送路特性についての情報を何ら知ることなく行え、結果として通常方式の2~4倍の収斂速度が得られる。

又、単位反復回数を4程度とすることにより、上記パラメータ演算手数をほとんど無視することができる。その際の等化器の性能も実用上満足すべきものが得られる。

本章で示した等化器の理論を用いて、伝送路の自己相関行列 \mathbf{A} の最大値、最小値を推定できる。この最大値、最小値はSchonfeldらの方法にもそのまま適用できるものである。⁽⁸⁾

第 7 章 結 論

本文では通信回線に関する予備知識なしに速い自動等化器収斂を得る方法を述べた。

本研究で得られた主な成果を整理すると以下の 7 項目にまとめることができると思われる。

- (1) 回線の性質に関係しない係数行列である、タイムサンプリング、フリケンシサンプリング両系列の帯域分割行列を用いた自動等化器を開発した。^{(23) (24) (25)}
- (2) P 形、G 形 2 形式の複素数形係数行列付等化器の基本構造を導入した。⁽²⁵⁾
- (3) 帯域分割行列 FFT (高速フーリエ変換)を用いた演算手数軽減法を導入した。⁽²⁵⁾
- (4) 一般形の係数行列の演算手数を半分にする方法を導入した。^{(25) (27)}

又、タップ重み修正係数形等化器を導入して

- (5) 自動的にあるきめられた回数を単位とする等化器調整後の誤差が最小となる形式の等化器を導入しこれの簡易形をも導入した。^{(24) (27)}
- (6) 自動等化器収斂高速化の手法と連立 1 次方程式の反復法による種々の解法との関連について示した。⁽²⁴⁾
- (7) 等化器動作の過程において等価基底帯域伝送路の自己相関関数行列 A の固有値の最大値、最小値を推定する方法を開発し、この値を自動等化器動作に用いる方法を開発した。^{(24) (27)}

これらの結果は自動等化器初期設定時に収斂を速めるのに効果があり自動等化器動作に関する知識に対する新たな貢献をなしたと考えられる。

本研究で取り扱った問題である PN 系列又はインパルス送出時の自動等化器の高速収斂に関して今後も新しい別種の手段導入の探究を続けなければならないと思われる。この問題に関する鍵は自動等化器動作に密接に関連する連立 1 次方程式の反復法による解法に関する知識のぼう大な集積の中にひそんでいるものと思われる。

データ伝送方式の質的な拡大に応じ自動等化器の種々の条件下における高速

収斂に関する研究は今後ますます重要になると思われる。この問題は古く、そして新しい問題なのである。この分野において小文がいささかでも役に立つことを念じて筆をおきたい。

謝 辞

筆者の学士卒業研究に対して電離層に関するテーマを与えられ、それ以来本研究完成迄終始御指導下さった京都大学工学部 木村磐根教授に深謝する。

本研究遂行中の上司であり、暖かい御指導、御鞭撻を賜わったKDD 副社長 大島信太郎博士 KDD 研究所所長 中込雪男博士、同副所長 鍛冶 弘博士に衷心より感謝の意を表する次第である。東海大学教授 道下久吉博士および 国際電気通信学園助教 師岡一雄氏の両氏KDD 研究所御在任中における暖かい御指導に感謝する。また、KDD 本社データ通信部次長 井上誠一博士には研究遂行の方法について、いくつかの重要な示唆を賜わった。ここに御礼申し上げる。

KDD 研究所次長 横井 寛博士には研究の進め方、論文の構成の仕方について種々御教示を賜わり、これらが本研究において多大な貢献をもたらしたことをここに深謝する。KDD 研究所次長 天野橋太郎博士には日頃より御指導賜わり、また本研究発表のために種々のお骨折りを頂いた。ここに厚く御礼申し上げる次第である。KDD 研究所次長 山村和臣氏の御指導御鞭撻に感謝する。また、自動等化器に関する研究が必要であることを指摘され、本研究の全過程において卓越した見通しをもって御指導下さったKDD 研究所第一特別研究室長 川井一夫博士に深甚の謝意を表する。第一特別研究室における同僚である新谷 外吉主任研究員には氏のもたれている該博な知識、自動等化器研究についての適確な把握に基づく貴重な御援助と御討論を頂いた。ここにつつしんで感謝する。氏の御援助なしには本研究は成り立たなかったと思われる。KDD 本社データ通信部 黒田秀実博士の研究所第一特別研究室御在職時に頂いた有益な御討論、御教示に対し御礼申し上げる。第一特別研究室における同僚である田森 道敏博士には本研究の転機毎に適切な御助言を頂いた。ここに厚く御礼申し上げる。また、柳平英孝主任研究員、古屋勝彦氏、小林英雄氏には通信方式全般について貴重な御討論を賜わった。これらは本研究の各所に役立っており、これらの御援助に対し御礼申し上げる次第である。また、KDD 本社総合企画室 山坂文夫調査役には氏の研究所御在任時、特に第6章に示した研究の発端となる御討論を賜わった。これに対し厚く御礼申し上げる次第である。

KDD本社海底線本部技術部長 亀田 治博士、中井泰一郎 KDD研究所有線システム研究室長、日本大学教授 鶴岡 泰博士には筆者の研究生生活の初期において研究の進め方について御指導を賜わった。これらの御指導がこの研究を初めとする筆者の一連の研究に大きく役立っている。筆者が非才であるために御指導に充分応えられないことを悲しむものである。また、KDD本社総合企画室 佐藤正紀調査役の筆者研究生生活初期からの種々の御援助に感謝する。

最後に本研究に関連する計算作業を迅速、適確に行って下さったKK芙蓉情報センター大矢氏に御礼申し上げる。

文 献 (第 1 部)

- (1) Rappenport: "Automatic equalization of data transmission facility distortion using transversal equalizers" IEEE Trans Com. Sept 1964.
- (2) Becker et al: "Automatic equalization for digital communication" PIEEE Jan. 1965.
- (3) Lucky: "Automatic equalization for digital communication" BSTJ vol. 44 no. 4 Apl. 1965.
- (4) Lucky: "Techniques for adaptive equalization of digital communication systems" BSTJ vol 45 no. 2 Feb. 1966.
- (5) Lucky, Rudin: "An automatic equalizer for general-purpose communication channels" BSTJ vol 46 no. 9 Nov. 1967.
- (6) Gersho: "Adaptive equalization of highly dispersive channels for data transmission" BSTJ vol 48 no. 1 Jan. 1969.
- (7) Ray, Driver: "Further decomposition of the Karhunen-Loève series representation of a stationary random process" IEEE vol IT-16 Nov. 1970.
- (8) Schonfeld et al: "A rapidly converging first order training algorithm for an adaptive equalizer" IEEE vol IT-17 no. 4 Jul. 1971.
- (9) Chang: "A new equalizer structure for fast start-up digital communication" BSTJ vol 50 no. 6 Jul.-Aug. 1971.
- (10) Schonfeld et al: "Rapidly converging second-order tracking algorithms for adaptive equalization" IEEE vol IT-17 no. 5 Sept. 1971.
- (11) Choquet et al: "Generation of synchronous data trans-

- mission signals by digital echo modulation" IBM J. Res. Develop. vol 15 no. 5 Sept. 1971.
- (12) 吉田、野中：“パーシャル・レスポンス自動等化器の収束時間改善について” 昭47信学会全大、1440
 - (13) 橘、佐田：“ディジタル通信のための高速自動等化の一方法” 信学論 (A) vol 55-A 昭47年10月
 - (14) Westlake著戸川訳：“コンピュータのための線形計算ハンドブック” 培風館 昭47年
 - (15) Walzman et al: "Automatic equalization using the discrete frequency domain" IEEE vol IT-19 no.1 Jan. 1973.
 - (16) Gitlin et al: "Passband equalization of differentially phase-modulated data signals" BSTJ vol 52 no. 2 Feb. 1973.
 - (17) Lueky 他著星子訳：“データ通信の原理”ラティス 昭48年
 - (18) Jager et al: "Systems for automatic equalization" US. PAT. 3845390 Oct. 1974.
 - (19) 神谷、榊、黒田：“QASK 信用号自動等化器のトレーニングについて” 信学会通信方式研資料 CS 74-107 1974 年11月
 - (20) Kosovych et al: "Automatic equalization using a successive overrelaxation iterative technique" IEEE vol IT-21 no. 1 Jan. 1975
 - (21) 佐藤：“通信回路に於ける自動等化の原理と諸問題” 日経エレクトロニクス 1976 年 2 月23日
 - (22) Canton et al: "Property of the eigenvectors of persymmetric matrices with applications to communication theory" IEEE vol Com-24 no. 8 Aug. 1976.
 - (23) 榊、新谷、黒田：“帯域分割形自動等化器” 電子通信学会論文誌 B 昭52年 4 月 (vol J 60-B No. 4 April 1977)
(vol J60-B No. 4 April 1977).

- (24) 榑、新谷、黒田：“高速収斂形自動等化器—タップ重み調整係数変更形”
電子通信学会論文誌 B 昭52年 6 月 (vol J 6 0-B No. 6 May 1977)
- (25) 榑、新谷、黒田：“係数行列付自動等化器に関する二、三の検討” 電子
通信学会論文誌 B 昭53年 4 月 (vol J 6 1-B No. 4 May 1978)
- (26) 榑、新谷：“帯域分割形自動等化器” 信学会通信方式研資料 CS74 -
64 (昭49年 8 月)
- (27) 榑、新谷、黒田：“誤差信号部に附加回路をもつ自動等化器” 信学会通
信方式研資料 CS74-187 (昭50年 3 月)
- (28) 榑、新谷、黒田：“誤差信号部に係数行列をもつ自動等化器” 信学会通
信方式研資料 CS75-22 (昭50年 6 月)
- (29) 榑：“等化器(Ⅳ)高速収斂形データ伝送用自動等化器” 国際通信の研究
1978 年 1 月

文 献 (第 2 部)

ここでは筆者のこれまでの発表論文をまとめて示した。本論文に用いられたものすなわち第 1 部と重複しているものを*印で示した。

I 論 文

1. 榊 博史；節点消去法のグラフ理論的考察とその帰還増幅器設計への応用；電子通信学会論文誌 A 昭和 50 年 6 月 (Trans. ICEC 75/6 Vol. 58-A No. 6 June 1975)
- 2.* 榊 博史、新谷外吉、黒田秀実；帯域分割形自動等化器；電子通信学会論文誌 B 昭和 52 年 4 月 (Vol. J 60-B No. 4 April 1977)
- 3.* 榊 博史、新谷外吉、黒田秀実；高速収斂形自動等化器 — タップ重み修正係数変更形；電子通信学会論文誌 B 昭和 52 年 6 月 (Vol. J 60-B No. 6 June 1977)
4. 榊 博史、佐藤正紀；微少伝送量測定器；電子通信学会論文誌 C 昭和 52 年 9 月 (Vol. J 60 No. 9 Sept. 1977)
- 5.* 榊 博史、新谷外吉、黒田秀実；係数行列付自動等化器に関する二・三の検討；電子通信学会論文誌 B 昭和 53 年 4 月 (Vol. J 61-B No. 4 April 1978)
- 6.* 榊 博史；等化器(Ⅳ) — 高速収斂データ伝送用自動等化器；国際通信の研究 1978 年 1 月

II 研究会資料

1. 榊 博史；回路網の節点消去による解析法について；信学会回路システム理論研資料 CT 69-25 (昭 44 年 9 月)
2. 榊 博史；節点消去法の帰還増幅器解析への応用；信学会回路とシステム理論研資料 CT 70-17 (昭 45 年 6 月)
3. 榊 博史、湯口 裕；非直線位相特性を有する多中継中継同軸伝送方式の 3 次歪に関する考察；信学会通信方式研資料 CS 70-23 (昭 45 年 6 月)

4. 中井泰一郎、榊 博史、佐藤正紀；微小伝送量測定器；電気学会電気測定研究会資料；EM-72-15（昭47年9月）
5. 榊 博史；伝達函数極の発見について；信学会回路とシステム理論研資料 CT73-26（昭48年7月）
- 6.* 榊 博史、新谷外吉；帯域分割形自動等化器；信学会通信方式研資料 CS74-64（昭49年8月）
7. 新谷外吉、榊 博史、黒田秀実；QASK信号用自動等化器のトレーニングについて；信学会通信方式研資料 CS74-107（昭49年11月）
- 8.* 榊 博史、新谷外吉、黒田秀実；誤差信号部に附加回路をもつ自動等化器；信学会通信方式研資料 CS74-187（昭50年3月）
- 9.* 榊 博史、新谷外吉、黒田秀実；誤差信号部に係数行列をもつ自動等化器；信学会通信方式研資料 CS75-22（昭50年6月）
10. 榊 博史、新谷外吉、黒田秀実、田森道敏；タップ毎利得変更形等化器；信学会通信方式研資料 CS75-149（昭50年11月）
11. 榊 博史、新谷外吉；帯域分割形伝達関数推定器；信学会回路システム理論研資料 CST78-1（昭53年4月）
12. 榊 博史、新谷外吉、黒田秀実、佐藤憲一、石松 彰、藤崎貞憲；ディジタル処理方式搬送端局装置；信学会通信方式研資料 CS78-8（昭53年4月）

Ⅲ 全国大会、連合大会等

1. 榊 博史；アナログ相関器の一構成法とその応用；昭44電気四学会連合大会資料 No.2576
2. 榊 博史；伝達関数極の計算について；昭47信学会全国大会資料No.43
3. 榊 博史、佐藤正紀；伝達位相量測定器；昭48年信学会全国大会資料No.2007
4. 榊 博史、新谷外吉；自動等化器のタップ設定定数決定法；昭50年信学会全国大会資料 No.1626
5. 榊 博史、新谷外吉、田森道敏；逆インパルス特性の一推定法；昭53年信学会全国大会資料 No.15